

CAPITOLO 2

MICROECONOMIA

DIETRO LA CURVA DI DOMANDA: L'EQUILIBRIO DEL CONSUMATORE

Abbiamo visto, nel capitolo precedente, come nel mercato si stabiliscono le quantità e i prezzi di equilibrio dei beni, attraverso il meccanismo della domanda e dell'offerta. Tuttavia, nel descrivere le leggi della domanda e dell'offerta ci siamo basati soprattutto su argomenti intuitivi. La teoria marginalista si propone di descrivere il funzionamento dell'economia di mercato a partire dal comportamento dei singoli agenti economici e di arrivare ad una teoria economica dell'allocazione delle risorse scarse. Dobbiamo quindi vedere che cosa c'è dietro le curve di domanda e di offerta, in termini di scelte degli agenti economici. Partiamo dalla curva di domanda. Per raggiungere il nostro obiettivo dobbiamo riflettere sul comportamento dei consumatori, che sono considerati agenti economici razionali e auto-interessati, e vedere come le loro scelte determinino l'andamento della curva di domanda.

In realtà, discutendo la teoria dell'utilità marginale dei primi economisti marginalisti, abbiamo già abbozzato una teoria del comportamento e delle scelte del consumatore, basata sulla prima e sulla seconda legge di Gossen. Ad esempio, se l'utilità marginale è decrescente e può essere misurata in termini monetari, anche la curva di domanda del consumatore sarà decrescente: il consumatore, acquista una quantità di un bene tale che il prezzo eguagli la sua utilità marginale, ed in ogni caso non vorrà pagare un prezzo più alto dell'utilità che l'ultima dose gli procura.

Misurazione
cardinale e
ordinale

Tuttavia, come abbiamo già accennato, il concetto di utilità, misurabile **in termini cardinali**, fu presto considerato non scientifico: nessuno di noi ha mai trovato un modo per misurare le proprie sensazioni di utilità in modo altrettanto preciso di come sono misurate le lunghezze, i pesi, le temperature ecc. Certamente ci troveremmo in difficoltà se qualcuno ci chiedesse se l'utilità apportata dal consumo di un certo bene è per noi esattamente doppia, tripla, quadrupla, ecc. dell'utilità di un altro bene. La seconda generazione di marginalisti è ricorsa quindi alla **misurazione ordinale** delle utilità: siamo infatti certamente in grado di ordinare le nostre preferenze e dire che **preferiamo** l'alternativa **A** rispetto all'alternativa **B** o viceversa, o siamo perfettamente **indifferenti**, cioè assegniamo alle due alternative la stessa preferenza. E in effetti effettuiamo questi confronti quotidianamente, quando facciamo le nostre scelte.

**Modelli e
realtà**

E' bene a questo punto fare una precisazione. Come si è appena detto, tutti i giorni facciamo le nostre scelte in base alle nostre preferenze. Tuttavia il lettore, proseguendo questo capitolo, potrà trovarsi perplesso, perché si troverà di fronte a strumenti, come **le curve di indifferenza**, che nessuno di noi si sogna di tracciare prima di fare i suoi acquisti. E' bene quindi avere a mente alcune precisazioni. Quella che studiamo è **una teoria** del comportamento del consumatore, cioè astrae e semplifica una realtà molto più complessa, per metterne in evidenza gli aspetti che si ritengono essenziali. In secondo luogo, la teoria è espressa attraverso un **modello**, che ci permette di rappresentare in modo schematico (ad esempio, in termini matematici o geometrici) il comportamento che stiamo studiando. Di conseguenza, potremo dire che, se è vero che i consumatori in media agiscono con il fine di massimizzare le proprie soddisfazioni e sono razionali, giungeranno a comportarsi **come se** avessero effettuato le proprie scelte come descritto dal modello, che quindi ci permette di sintetizzare in modo efficace il comportamento dell' *homo oeconomicus*.

Un'altra avvertenza riguarda la semplificazione della realtà che seguiamo per comodità di ragionamento: immagineremo che il consumatore debba effettuare le sue scelte tra due beni, cioè studieremo il caso più semplice possibile, supponendo inoltre che in ogni periodo di tempo preso in considerazione debba spendere tutto il suo reddito. Le conclusioni a cui giungiamo sono però facilmente estendibili e sono state effettivamente estese (anche se in questa sede non abbiamo lo spazio per mostrarlo) ai casi più complessi (esistenza di un alto numero di beni tra cui scegliere, possibilità di scegliere tra consumo immediato spendendo tutto il reddito e risparmio al fine di consumare di più nel futuro).

**Preferenze e
risorse**

La scelta del consumatore avviene a partire dalle sue preferenze, come abbiamo detto, ma è anche condizionata dalle risorse, in termini di potere d'acquisto, di cui dispone. Le risorse a sua disposizione costituiscono, dunque, un vincolo che il consumatore deve rispettare nel perseguimento della soddisfazione dei suoi bisogni.

Se, per esempio, il consumatore in questione deve acquistare vestiario e cibo, dato il reddito di cui dispone, cercherà di acquistare una combinazione di una certa quantità del primo e del secondo bene che gli consentirà di ottenere il livello di soddisfazione più elevato possibile. Per poter valutare il comportamento del consumatore dobbiamo cercare di capire prima come sia rappresentabile graficamente il reddito del consumatore e il ruolo giocato dal vincolo del reddito sulle sue scelte. In secondo luogo dovremo valutare l'atteggiamento del consumatore rispetto ai diversi panieri di beni che sono a sua disposizione. Per quanto riguarda il primo aspetto ci occuperemo della **retta di bilancio**, per quanto riguarda il secondo aspetto ci soffermeremo sulle preferenze del consumatore e sulle **curve di indifferenza**.

1. RETTA DI BILANCIO: CIÒ CHE IL CONSUMATORE PUÒ FARE

Partiamo dall'idea che il consumatore in questione abbia la necessità di comprare vestiario e cibo, disponendo di una certa somma (S). Rappresentiamo graficamente le alternative a disposizione del consumatore, ponendo il vestiario in ordinata e il cibo in ascissa.

Reddito e
prezzi

Se il consumatore compra una certa quantità di vestiario e una certa quantità di cibo lo dovrà fare entro i limiti del reddito a sua disposizione, cioè la spesa S dovrà essere uguale alla somma del valore del cibo acquistato più la somma del vestiario acquistato. Se chiamiamo p_x il prezzo del cibo e x la quantità acquistata e p_y il prezzo del vestiario e y la quantità acquistata, possiamo scrivere

$$2.1.1. S = p_x x + p_y y$$

Ora, come abbiamo visto, i beni si trovano sul mercato e hanno un determinato prezzo. La quantità che acquisteremo con il nostro reddito dipende, dunque, dai prezzi dei mercati del cibo e del vestiario. Misurando le quantità di vestiario in ordinata, quando compriamo solo vestiario, potremo facilmente individuare la quantità di esso che viene acquistata in ordinata (poiché non compriamo cibo) nel punto: y^1 , semplicemente dividendo il nostro reddito S per il prezzo del vestiario. La 1 si scriverebbe infatti in questo modo:

$$2.1.2. S = p_y y^1 \qquad y^1 = S/p_y$$

Viceversa nel caso che si acquisti solo cibo, potremo individuare in ascissa (poiché non compriamo vestiario) il punto in questione: x^1 , dividendo S per il prezzo del cibo. Possiamo scrivere:

$$2.1.3. S = p_x x^1 \qquad x^1 = S/p_x$$

La
costruzione
della retta
di bilancio

Unendo i due punti così individuati (y^1, x^1) si traccia sul piano cartesiano quella che viene definita la **retta di bilancio**. Essa delimita un triangolo ($0y^1x^1$) che individua l'insieme dei punti (vale a dire le varie combinazioni di cibo e vestiario) che sono acquisibili dal consumatore, dato il reddito a disposizione. I punti al di sopra della retta non sono raggiungibili (comportano una spesa superiore al reddito del consumatore). Tra i punti raggiungibili bisogna poi distinguere quelli all'interno del triangolo, ma sotto la retta di bilancio, che sono perfettamente raggiungibili, ma il cui costo complessivo è minore del reddito a disposizione da quelli lungo la curva, per raggiungere i quali il consumatore deve spendere tutto il suo reddito. Poiché per ipotesi abbiamo supposto che il consumatore spende tutto il suo reddito per il vestiario e il cibo, i punti che realmente ci interessano sono quelli che si trovano lungo la retta.

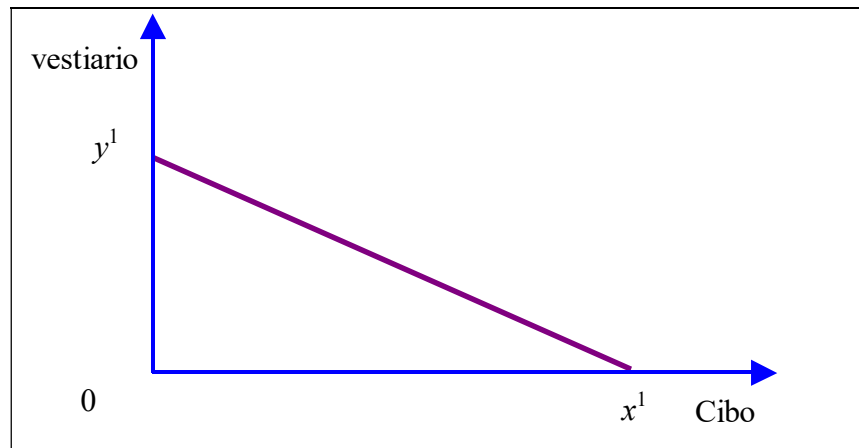


Figura 1.1

Possiamo vedere meglio che la nostra curva di bilancio è effettivamente una retta precisando quanto già implicito nell'equazione 1), scrivendola, grazie a semplici passaggi algebrici, nel seguente modo:

$$2..1.4. y = \frac{S}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$$

La
pendenza
della retta
di bilancio

Abbiamo in questo modo espresso la quantità y di vestiario acquistabile dal consumatore in funzione della quantità di cibo x consumata, *dati* il reddito S e i prezzi dei beni. L'equazione è quella di una retta. Come abbiamo già visto S/p_y ci dà l'intercetta sulle ordinate, che corrisponde all'intera spesa del reddito per consumare il vestiario, mentre il parametro p_x/p_y , cioè il rapporto tra i prezzi, non è altro che **la pendenza** della curva. Siamo abituati al concetto di pendenza, nella nostra esperienza comune, in relazione alle distanze percorse. La pendenza di una salita è il rapporto tra la distanza percorsa in senso verticale (dal basso verso l'alto) e la distanza percorsa in senso orizzontale (ad esempio esprime di quanto saliamo su una montagna per ogni data distanza percorsa). Quando diciamo che la pendenza di una salita è di 0,1, vuol dire che ogni dieci metri percorsi in senso orizzontale saliamo di un metro. Nel caso della retta di bilancio, abbiamo una "discesa", la cui pendenza indica la quantità di vestiario cui dobbiamo rinunciare per ogni unità di cibo in più acquistata. Il **rapporto tra i prezzi** indica le **nostre possibilità di sostituire**, date le condizioni oggettive in cui operiamo, il consumo di un bene con il consumo dell'altro. Se ad esempio rinunciamo ad un'unità di vestiario, avremo a nostra disposizione una quantità di moneta, pari al prezzo di questo bene, per poter acquistare più cibo. Ma quanto cibo potremo acquistare in più è indicato dal rapporto tra i prezzi. Se un'unità di cibo costa 5 Euro e un'unità di vestiario 10, rinunciando ad un'unità di vestiario potremo acquistare 2 unità di cibo. Dal punto di vista grafico, questo rapporto di sostituzione è indicato dalla pendenza della curva. Nel nostro caso la pendenza è data dal rapporto tra due **parametri** (i prezzi dei beni) e quindi la curva è una retta.

Ovviamente, anche i parametri indicano quantità che possono variare: si tratta però di variazioni esterne al modello (si parla di mutamenti **esogeni**): cioè il modello ci spiega quali relazioni esistono tra la variazione delle quantità di cibo e di vestiario, ma non ci dice nulla su cosa causa le variazioni del reddito e dei prezzi. Ovviamente, nulla impedirebbe di costruire un modello più complesso in cui anche il reddito e i prezzi siano considerati variabili interne al modello stesso e non parametri esogeni.

Possiamo però già considerare, senza ricorrere a modelli più complicati, variazioni del reddito o dei prezzi.

La
variazione
del reddito

Ovviamente se il reddito aumentasse, fermi restando i prezzi dei beni, (**effetto reddito**) aumenterebbe anche la quantità di cibo e vestiario che il consumatore in questione potrebbe comprare. Di conseguenza la retta di bilancio si allontanerebbe dall'origine ed aumenterebbe l'area del triangolo, vale a dire delle quantità di beni che il consumatore potrebbe acquisire. La retta si sposterebbe dai punti che indicano l'intersezione con gli assi y^1 e x^1 ai punti y^2 e x^2 . Ovviamente, in caso di diminuzione del reddito, la retta si sposterebbe parallelamente a se stessa a sinistra.

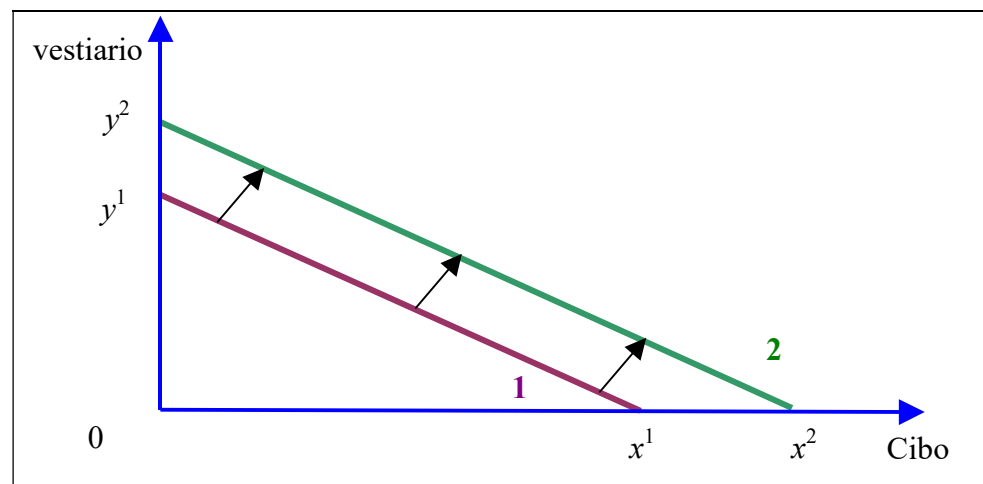


Figura 2.2

Un effetto analogo a quello indicato dalla figura si potrebbe avere nel caso in cui diminuissero in eguale proporzione i prezzi dei beni acquistabili da parte del consumatore (fermo restando il reddito monetario). Anche in tal caso aumenterebbe la quantità dei beni che il consumatore potrebbe acquistare, poiché la retta si sposterebbe dai punti y^1 e x^1 ai punti y^2 e x^2 . Nei fatti il consumatore sarebbe più ricco, cioè il suo reddito, stimato in termini reali, di beni che si possono acquistare, sarebbe cresciuto.

Variazione
dei prezzi

Ovviamente non è detto che i prezzi di tutti i beni diminuiscano contemporaneamente e nella stessa proporzione. Nel caso in cui diminuisse solo il

prezzo del cibo e quello del vestiario fosse immutato lo spostamento della retta di bilancio sarebbe così rappresentabile:

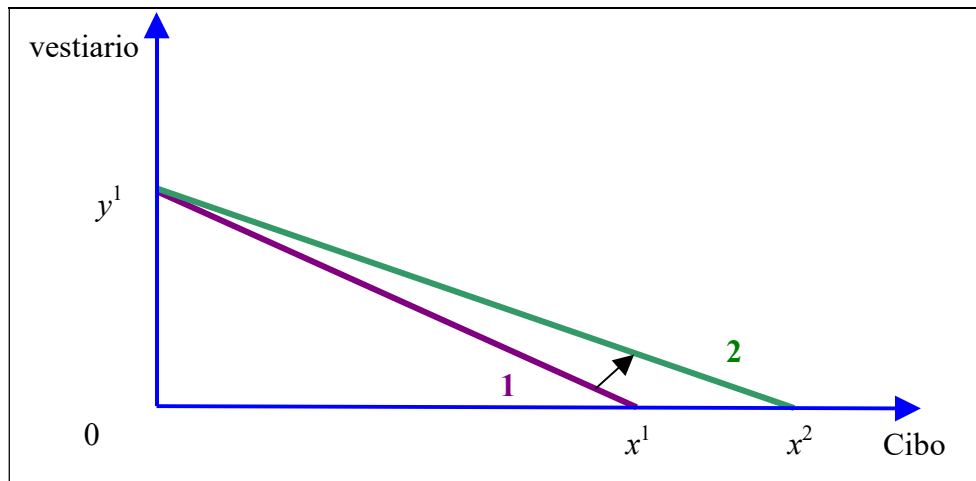


Figura 2.3

Ciò che è avvenuto è abbastanza ovvio; il reddito e il prezzo del vestiario sono rimasti immutati, cosicché spendendo tutto il reddito per acquistare vestiario il consumatore non avvertirebbe nessun mutamento nelle sue condizioni: ecco perché l'intercetta sulle ordinate resta esattamente la stessa. D'altra parte il prezzo del cibo è diminuito, per cui, per ogni altra combinazione possibile, a parità di vestiario consumato aumenta la quantità di cibo che il nostro soggetto può acquistare. In termini geometrici questo significa che la pendenza della curva è diminuita, come d'altra parte si comprende anche guardando al rapporto tra i prezzi. Ovviamente, invece, la pendenza della curva aumenta quando cresce il prezzo del cibo, ferma restando l'intercetta sull'asse delle ordinate.

Se invece muta il prezzo del vestiario, fermi restando il prezzo del cibo e il reddito, l'intercetta sull'asse delle ordinate si sposterebbe verso l'alto (quando acquistiamo solo vestiario il nostro potere d'acquisto cresce nella misura massima), mentre l'intercetta con l'asse delle ascisse resterebbe esattamente la stessa (se acquistiamo solo cibo il mutamento del prezzo del vestiario non influenza la nostra capacità d'acquisto). In compenso la pendenza della retta sarebbe aumentata. Ovviamente, invece, la pendenza sarebbe diminuita se il prezzo del vestiario fosse aumentato.

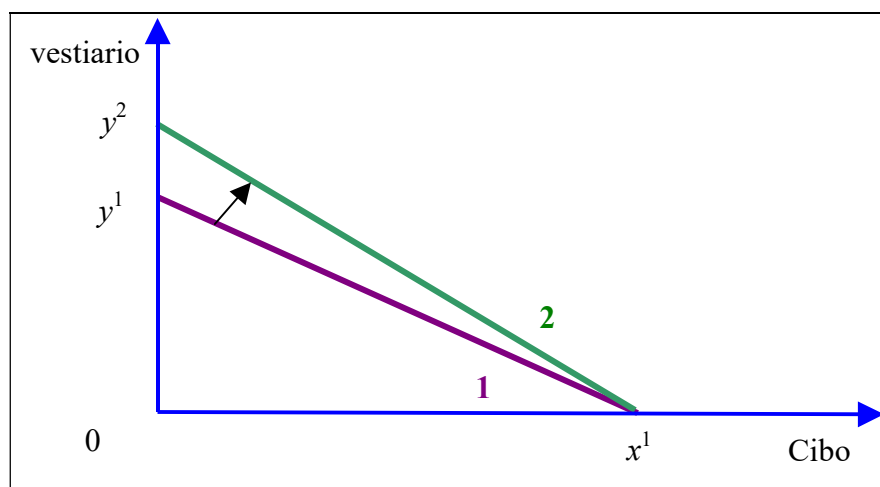


Figura 2.4

2. Curve di indifferenza. Ciò che il consumatore desidera fare.

Abbiamo visto entro **quali limiti**, che dipendono dal reddito e dai prezzi, il consumatore può scegliere; ora dobbiamo vedere **quale scelta**, tra quelle possibili, il consumatore effettua, secondo le sue preferenze, per massimizzare la sua utilità.

L'ordinamento
delle
preferenze

Come abbiamo anticipato nella parte precedente, quando abbiamo introdotto il concetto di utilità marginale un consumatore dinnanzi a due beni esprime le sue preferenze. In tal modo, dati i suoi gusti, egli costruisce una mappa ordinata di preferenze che emergono ordinariamente attraverso le sue scelte. In condizioni normali, dunque, il consumatore dato un certo numero di beni sul mercato sceglie prioritariamente quelli che gli consentono, dati i costi sopportati, il beneficio maggiore, vale a dire il livello di soddisfazione più alto. Dati i beni **a**, **b**, **c**, **d**, il nostro consumatore può ordinarli nel modo seguente: **aPb**, **bPc**, **cPd**.

Panieri di
beni

Per comodità espositiva noi possiamo considerare **a**, **b**, **c**, **d**, non singoli beni ma combinazioni di beni o, più semplicemente, panieri di beni caratterizzati da differente composizione di cibo e vestiario (tanto per rimanere all'esempio che abbiamo fatto prima).

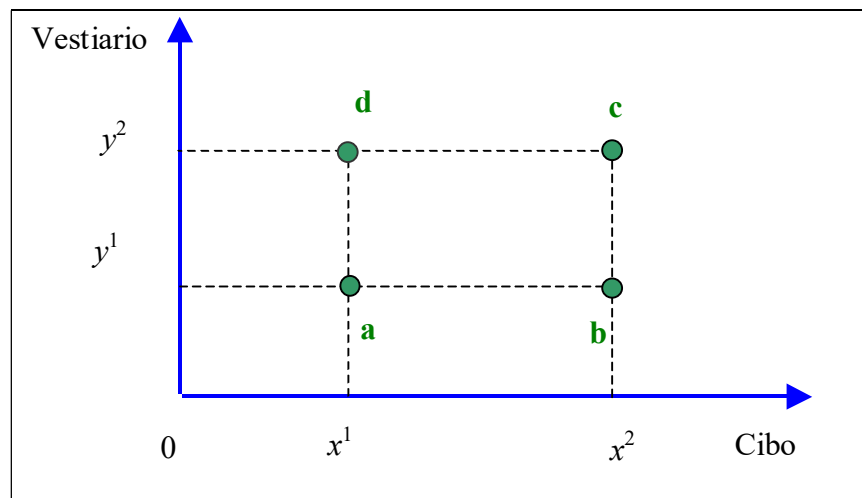


Figura 2.5

Se consideriamo i punti sul piano partendo da quello in basso a sinistra rispettivamente come i punti a, b, c, d, ci rendiamo conto che essi rappresentano panieri di beni caratterizzati da quantità diverse di vestiario e cibo. E' facilmente constatabile che per alcuni di questi punti (panieri) posti in alternativa la scelta, considerato il comportamento razionale e massimizzante del consumatore, è agevole. Il nostro *homo oeconomicus*, oltre ad essere “egoista” e razionale è anche “insaziabile” e quindi preferisce sempre una quantità maggiore ad una quantità minore di un qualsiasi bene. E' ovvio, ad esempio che il consumatore in questione, se dovesse scegliere tra un paniere di beni a (il primo in basso a sinistra) e un paniere b (il secondo punto in basso a destra), non avrebbe alcun problema. Infatti il paniere b è costituito da una medesima quantità di vestiario (y^1) e una quantità di cibo maggiore ($x^2 > x^1$) ed ogni consumatore razionale non può che scegliere il più rispetto al meno.

Il medesimo discorso può essere fatto comparando i panieri (d, a), (c, b) e (c, d) dato che in questi confronti un paniere ha una quantità maggiore di un bene a parità della quantità dell'altro bene. In questa situazione (non stiamo ovviamente valutando i costi e stiamo considerando che il consumatore possa acquisire ognuno dei panieri di beni proposti) il paniere c è preferito a tutti gli altri perché esso è composto dalla quantità maggiore di vestiario e di cibo. Ne deriva che un consumatore, libero di scegliere, opterebbe certamente per il paniere c.

Panieri
indifferenti

Il confronto interessante tra i panieri di beni individuati è, tuttavia, quello tra il paniere b e il paniere d. In tal caso abbiamo combinazioni differenti delle quantità di cibo e vestiario, tali che mentre la quantità di un bene diminuisce, l'altra aumenta. Più specificamente il paniere b contiene più cibo e meno vestiario rispetto al paniere d. Senza conoscere gli effettivi gusti del consumatore non possiamo sapere quale sarà in questo caso la sua scelta. Non ci basta infatti sapere

solo che il consumatore è “insaziabile” e quindi preferisce la quantità maggiore a quella minore.

Quando le quantità dei beni variano in senso inverso nei vari panieri **può** verificarsi un caso molto interessante: nella soddisfazione del consumatore il decremento del consumo, ad esempio, di cibo è compensato esattamente da un incremento del consumo di vestiario o viceversa. Come ricorderete quando abbiamo accennato alle scelte dei consumatori e alle loro mappe di preferenze, abbiamo rilevato che ci sono categorie di beni (**u, z, w**) che possono essere indifferenti per il consumatore: **ulz, zlw**. Abbiamo anche accennato che indifferenza significa che a tali beni il consumatore attribuisce lo stesso livello di utilità; vale a dire che il loro consumo rappresenta per lui il medesimo livello di soddisfazione.

Ora, considerando i panieri in questione (**b, d**) possiamo immaginare che il consumatore si trovi proprio in questa situazione rispetto ad essi. Per cui **bd**: questi due panieri rappresentano lo stesso livello di soddisfazione. Il consumatore, dunque, può scegliere indifferentemente tra il **b** e **d** senza alterare il proprio livello di soddisfazione. Vi sarà inoltre una serie di panieri che arrecano al consumatore la stessa soddisfazione dei primi due: i punti del piano che denotano i panieri **b, c** si trovano su una curva che è costituita da tutti i punti che sono indifferenti per il consumatore. Questa curva viene definita, appunto, curva di indifferenza.

Le curve di
indifferenza

Le curve di indifferenza, dunque, sono costituite da quei punti sul piano i quali denotano panieri di beni che rappresentano per il consumatore il medesimo livello di soddisfazione

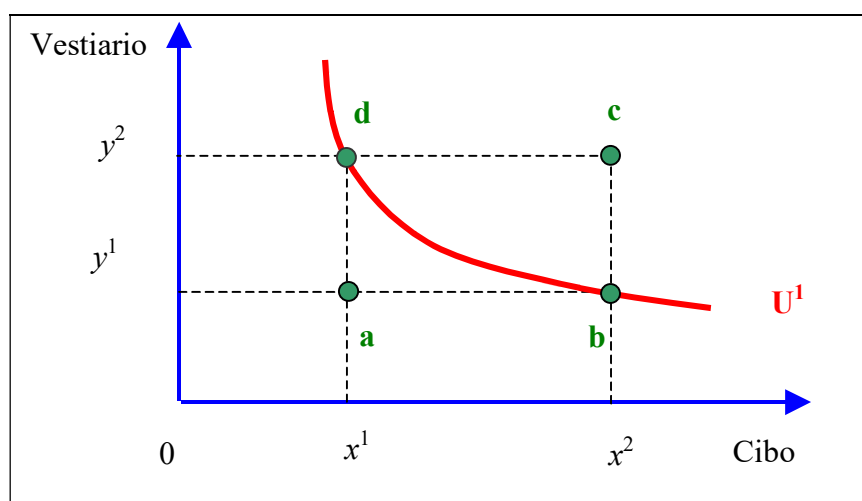


Figura 2.6

E' intuitivo, in base al principio di “non sazietà” del consumatore, che tutti i punti sotto la curva di indifferenza rappresentano panieri che danno al consumatore una soddisfazione minore e che tutti i punti sopra la curva danno una soddisfazione maggiore.

La mappa
delle curve di
indifferenza

Sul piano cartesiano possiamo individuare infinite curve di indifferenza. Un insieme di curve di indifferenza costituisce una mappa di curve di indifferenza.

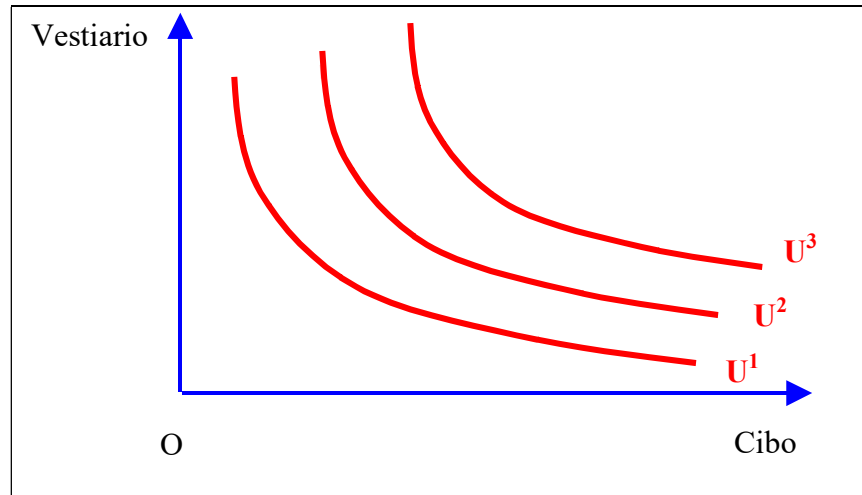


Figura 2.7

E' intuitivamente apprezzabile una caratteristica delle curve di indifferenza: ciascuna di esse rappresenta panieri di beni che hanno da utilità crescenti man mano che ci si allontana dall'origine. L'ultima curva rappresentata nella mappa di curve di indifferenza, che abbiamo visto in precedenza, è costituita da panieri che rappresentano i livelli maggiori di utilità. Quindi la curva U^1 ha un'utilità minore della curva U^2 che ha a sua volta un'utilità minore della curva U^3 . Si noti però che per fare queste affermazioni non c'è alcun bisogno di misurare cardinalmente le utilità, ma al contrario basta ordinare secondo le preferenze i panieri.

La
pendenza
negativa

Il SMS

Come si vede le curve hanno una pendenza negativa e questo è dovuto alla circostanza che quando ci si muove lungo la curva alla diminuzione o all'aumento della quantità di uno dei due beni deve necessariamente corrispondere rispettivamente l'aumento o la diminuzione della quantità dell'altro. Il rapporto tra la diminuzione del bene Y ($-\Delta y$) e un aumento della quantità di X (Δx) consumata è definito **saggio marginale di sostituzione (SMS)**:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{SMS}$$

Il SMS è il rapporto tra la variazione del bene Y e la variazione di segno opposto del bene X che lascia il consumatore indifferente

Il **SMS** ci dice la **nostra disponibilità a sostituire**, date le nostre preferenze e i nostri gusti, il consumo di un bene con il consumo dell'altro, restando perfettamente indifferenti. Il **SMS** è sempre negativo (le due variazioni hanno segno opposto), ma si può omettere il segno, prendendo il valore assoluto.

La pendenza
e il SMS

Poiché la curva è il risultato di combinazioni diverse dei beni che compongono i panieri rappresentati, la pendenza di essa sarà uguale al rapporto tra le variazioni nelle quantità dei beni considerati. La pendenza di una curva è data infatti dal rapporto tra la variazione della variabile rappresentata sull'asse delle ordinate e la variazione della variabile rappresentata sull'asse delle ascisse, quando le variazioni sono "piccole" (infinitesime). Per cui si può affermare che il grado di pendenza della curva di indifferenza è misurato dal SMS. Per abituarsi al concetto di pendenza riferita alle curve di indifferenza il lettore può considerare che la distanza percorsa in senso verticale corrisponda alla variazione del consumo del vestiario e la distanza percorsa in senso orizzontale sia la variazione del consumo del cibo. Ovviamente anche in questo caso la pendenza è negativa e quindi si tratta di una discesa.

L'impossibilità
di intersezione

E' intuitivo, inoltre, che per ogni punto debba passare una e solo una curva di indifferenza.

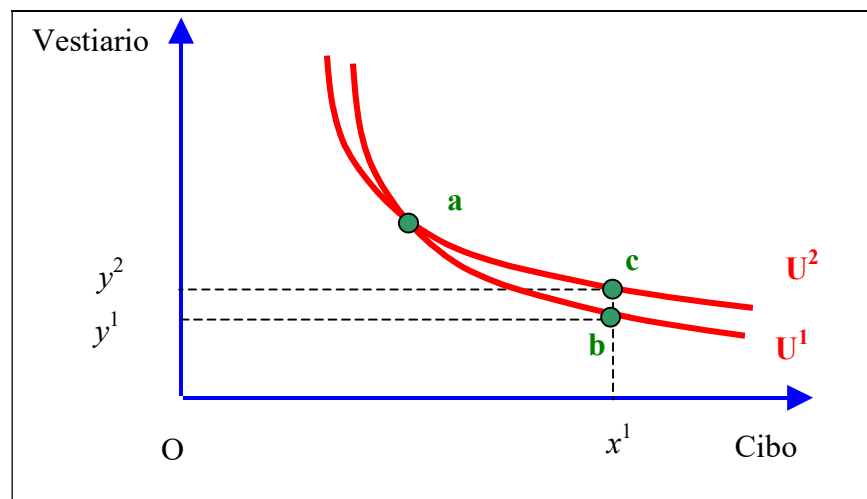


Figura 2.8

Se le scelte del consumatore sono razionali, varrà la proprietà **transitiva**. In altre parole, se x è preferito a y e y è preferito a z , allora x è preferito a z . Nel caso rappresentato dalla figura, possiamo dire che a è indifferente a b , perché entrambi i punti giacciono sulla curva di indifferenza U^1 , e che a è indifferente a c , perché entrambi i punti giacciono sulla curva di indifferenza U^2 . Ma allora, per la proprietà transitiva, dovremmo dire che b è indifferente a c , ma questa ultima affermazione sarebbe contraddetta dal principio di **non sazietà**, perché il paniere c contiene la stessa quantità di cibo (x^1), ma una quantità maggiore di vestiario ($y^2 > y^1$) rispetto al paniere b , quindi il paniere c dovrebbe essere preferito a b , contraddicendo la proprietà transitiva. Di conseguenza delle due l'una: o il consumatore non è razionale o non segue il principio di non sazietà, ma poiché nella costruzione delle curve siamo partiti stabilendo entrambe queste ipotesi, dobbiamo concludere che le curve non si intersecano mai tra loro.

Non è casuale, dunque che per ogni punto passi una e una sola curva di indifferenza. Ne deriva che

1. muoversi lungo una curva di indifferenza significa scegliere panieri di beni indifferenti, vale a dire che hanno per il consumatore lo stesso livello di utilità;
2. muoversi da una curva all'altra significa scegliere tra panieri di beni che hanno diversi livelli di utilità.

La
convessità
verso il
basso

Un ultimo elemento da chiarire è quello relativo alla convessità verso l'origine degli assi delle curve di indifferenza. Questa caratteristica deriva dalla necessità di compensare con dosi aggiuntive sempre maggiori di un bene, ad esempio di vestiario, la rinuncia ad una certa quantità dell'altro bene, ad esempio il cibo, mano a mano che consumiamo una quantità maggiore di vestiario e minore di cibo.

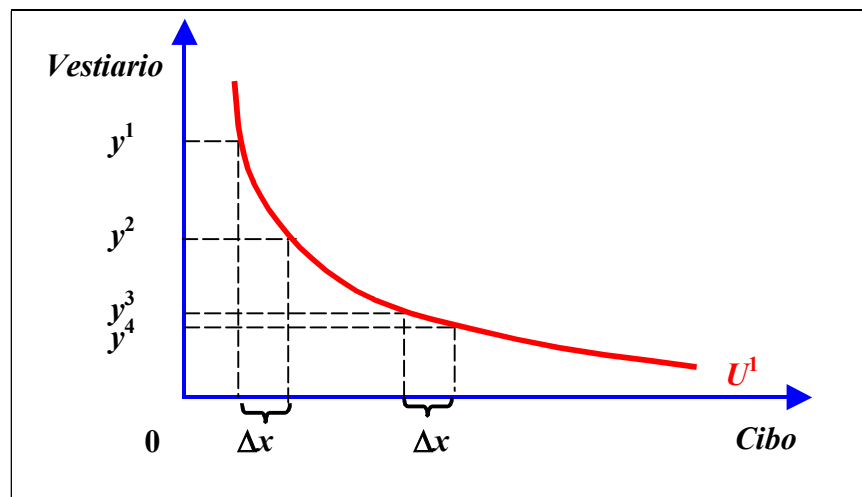


Figura 2.9

Ricordiamo la prima legge di Gossen, o legge delle utilità marginali decrescenti. Secondo tale legge, le prime dosi consumate di un bene X rappresentano per noi un alto livello di utilità. Se, in ipotesi, noi abbiamo nel nostro paniere poche dosi del bene X , la sua utilità marginale sarà alta, mentre l'utilità marginale del bene Y , di cui abbiamo una maggiore quantità, sarà bassa. Ne deriva che, se per avere una dose aggiuntiva del bene X , per compensare il livello di utilità siamo risposti a rinunciare ad una quantità notevole del bene Y ($y^1 - y^2$). Viceversa, se abbiamo a nostra disposizione una quantità considerevole del bene X e una piccola quantità del bene Y , saremo disposti a cedere una sola piccola quantità del bene Y ($y^3 - y^4$) in cambio di una ulteriore dose del bene X . Ricordando che il SMS è il rapporto tra le variazioni dei due beni che lasciano il consumatore indifferente ($\Delta Y / \Delta X$) e che esso corrisponde alla pendenza della curva di indifferenza, si comprende come spostandoci verso destra (cioè consumando una quantità maggiore del bene X) la pendenza della curva

diminuisca o, detto altrimenti, per consumare un'unità aggiuntiva del bene X e rimanere indifferenti, siamo disposti a rinunciare ad una quantità via via minore di Y .

3. Equilibrio del consumatore

A questo punto abbiamo gli strumenti per definire il concetto di equilibrio del consumatore. Il nostro consumatore deve utilizzare le risorse a sua disposizione, che noi abbiamo rappresentato attraverso la retta di bilancio, per acquistare un paniere di beni che gli consenta di ottenere il massimo livello di soddisfazione possibile. Come si può vedere dal grafico successivo, se noi denominiamo con U^1 , U^2 , U^3 le tre curve di indifferenza rappresentate e se sovrapponiamo ad esse la retta di bilancio (le possibilità di spesa) del consumatore in questione, saranno esclusi dalle sue possibilità i panieri di beni rappresentati dalla curva di indifferenza U^3 , i cui punti sono tutti al di sopra della retta di bilancio. Saranno, invece, inclusi nelle sue possibilità di spesa i panieri di beni rappresentati dalle curve di indifferenza U^1 , U^2 . Più precisamente il consumatore utilizzerà tutto il suo reddito se acquista i panieri **a**, **b**, **c**.

La
massimizzazio-
ne
dell'utilità

In questo caso, però, si pone il problema di capire qual è la scelta che massimizza i benefici (il livello di soddisfazione) del nostro consumatore, dato il suo reddito e i prezzi.

E immediatamente apprezzabile il fatto che la scelta dei panieri **a** o **c** sarebbe sub-ottimale rispetto alle possibilità del consumatore, perché essi giacciono sulla curva U^1 , che interseca in due punti la retta di bilancio e che rappresenta un livello di utilità minore rispetto a U^2 e che la scelta ottimale è quella relativa al paniere **b**, che giace sulla curva U^2 che è tangente (cioè tocca solo in un punto) la retta di bilancio. **La curva di indifferenza tangente la retta di bilancio è la più alta raggiungibile** dal consumatore e quindi il paniere indicato dal punto di tangenza è quello che assicura la massimizzazione del benessere del consumatore. Questa regola deriva evidentemente dalla convessità verso l'origine delle curve di indifferenza.

Se la curva di indifferenza e la retta di bilancio sono tangenti nel punto di massimizzazione del benessere, vuol dire che in quel punto hanno la stessa pendenza. Poiché sappiamo che la pendenza della curva di indifferenza corrisponde al saggio marginale di sostituzione, mentre la pendenza della retta di bilancio corrisponde al rapporto tra i prezzi, possiamo stabilire la seguente affermazione:

il consumatore massimizza la propria utilità quando $SMS = p_x/p_y$.

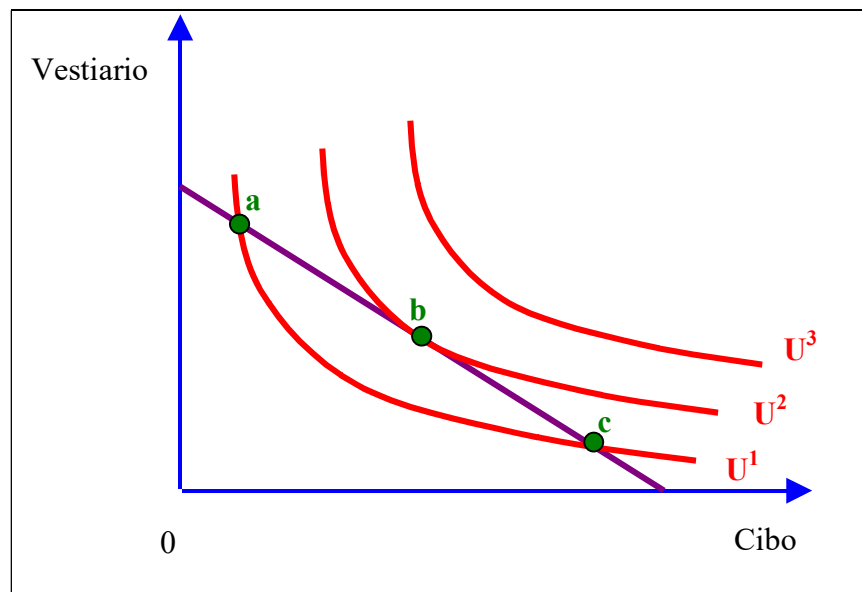


Figura 2.10

Quale è il significato non solo geometrico o matematico, ma economico della condizione di eguaglianza tra il *SMS* e il rapporto tra i prezzi?

**SMS e
rapporto tra
i prezzi**

Come abbiamo già visto sia il *SMS* che il rapporto tra i prezzi indicano due saggi di sostituzione: il primo è, per così dire, il saggio di sostituzione **interno** al consumatore, dipendente dai suoi gusti, mentre il secondo è il saggio di sostituzione **esterno**, dettato dalle condizioni di mercato in cui il consumatore si trova ad operare, che indica come egli può effettivamente scambiare un bene con l'altro. Ricordiamo che $SMS = \Delta Y / \Delta X$, **secondo le preferenze dei consumatori**. Ma come il lettore dovrebbe sapere anche il rapporto tra i prezzi è interpretabile come rapporto di sostituzione (di scambio) tra i beni. Più precisamente il rapporto tra i prezzi è l'inverso del rapporto di scambio, per cui possiamo scrivere $p_x / p_y = \Delta Y / \Delta X$, **secondo le condizioni di scambio stabilite dal mercato**.

Finché i due rapporti non coincidono, quindi, il consumatore sarà sempre in grado di migliorare la sua posizione, perché consumando più di un bene e meno di un altro è sempre in grado di cedere sul mercato una **quantità del bene** il cui consumo diminuisce **minore** di quella che sarebbe stato disposto, in condizioni di indifferenza, a cedere in cambio della quantità dell'altro bene il cui consumo aumenta.

La figura seguente può aiutare a comprendere questo meccanismo:

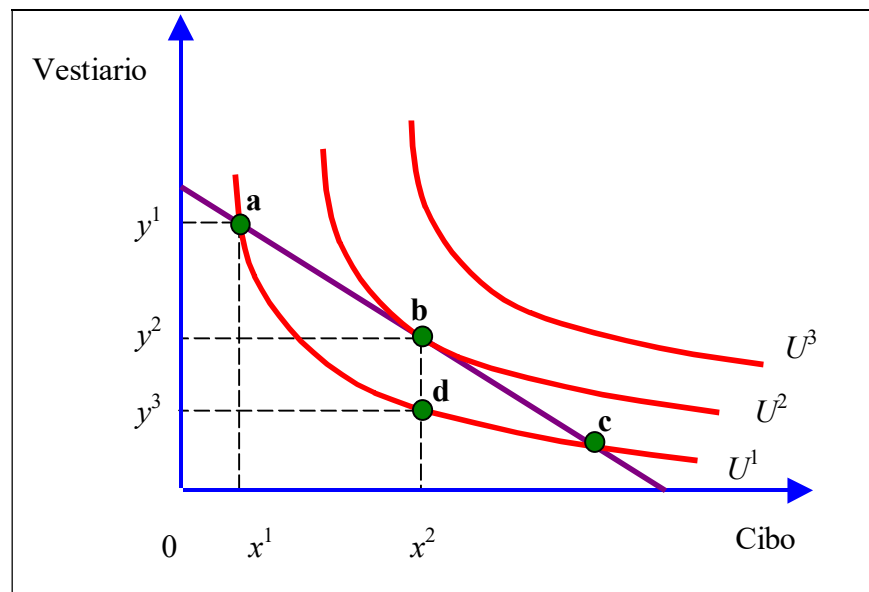


Figura 2.11

Ad esempio nel punto, **a** la pendenza della curva di indifferenza è chiaramente superiore alla pendenza della retta di bilancio. Ciò significa che in quel punto vale la condizione $SMS > p_x/p_y$. Il rapporto di sostituzione secondo le preferenze del consumatore è più alto del rapporto di scambio tra i beni. Il consumatore, per ottenere la quantità aggiuntiva di cibo $x^2 - x^1$ e rimanere indifferente è disposto a cedere la quantità $y^1 - y^2$, passando dal paniere **a** al paniere **d**. Tuttavia egli può effettivamente cedere, nelle condizioni date solo la quantità $y^1 - y^2$, riuscendo ad ottenere il paniere **b**, evidentemente preferito al paniere **d**. Solo quando il SMS è uguale al rapporto tra i prezzi non conviene più continuare nella sostituzione, perché non è possibile migliorare ulteriormente la propria posizione.

Da quanto abbiamo detto risultano due conseguenze importanti.

La curva di
domanda

In primo luogo la nostra analisi conferma la pendenza negativa delle curva di domanda. Anzi, dallo studio delle scelte del consumatore possiamo facilmente costruire la sua curva di domanda individuale, come mostrato nella seguente figura. Se continuiamo a supporre che la scelta sia limitata a soli due beni (cibo e vestiario) possiamo vedere come cambiano le scelte del consumatore al variare, ad esempio, del prezzo del cibo, *coeteris paribus*.

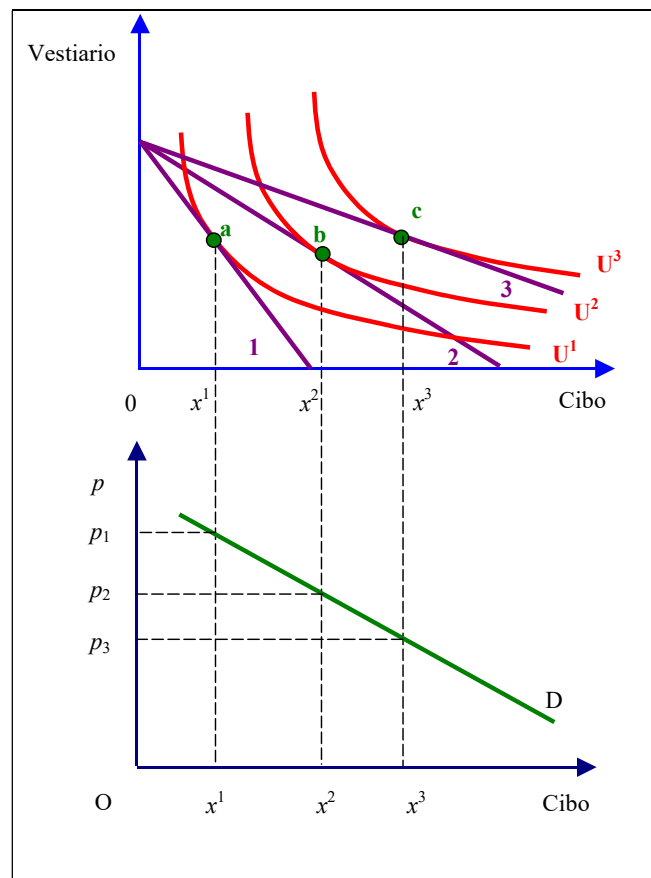


Figura 2.12

Lo spostamento della retta di bilancio **1** alla **2** e alla **3** indica una **diminuzione** del prezzo del cibo da p_1 a p_2 a p_3 . Il consumatore, di conseguenza, è in grado di raggiungere le curve di indifferenza più alte, spostandosi rispettivamente dal paniere **a** a quello **b** e infine a quello **c** e consumando rispettivamente le quantità x^1 , x^2 e x^3 di cibo. Possiamo costruire la curva di domanda semplicemente associando queste quantità ai prezzi del cibo. Sull'asse delle ascisse del nuovo grafico non muta nulla: continuiamo a rappresentare le quantità. Viceversa sull'asse delle ordinate indichiamo i prezzi. Troviamo così, sul piano, i punti che hanno come coordinate le quantità e i prezzi corrispondenti e, unendo tra loro i vari punti, possiamo disegnare la curva di domanda del singolo consumatore. La curva di domanda di mercato del cibo è il risultato dell'aggregazione delle domande individuali. Si tratta semplicemente di aggregare in senso orizzontale le curve individuali, sommando, per ogni dato prezzo, le quantità domandate da ogni singolo consumatore.

La somma orizzontale delle curve di domanda La somma orizzontale delle curve di domanda significa che ad ogni dato prezzo devono essere sommate le quantità di ciascuna domanda individuale.

Un esempio può aiutare a chiarire come si effettua la somma: supponiamo che nel mercato di un bene x ci siano solo due consumatori che domandano il bene. La domanda del primo consumatore (**D1**) e la domanda del secondo consumatore (**D2**) sono rappresentate dai grafici seguenti.

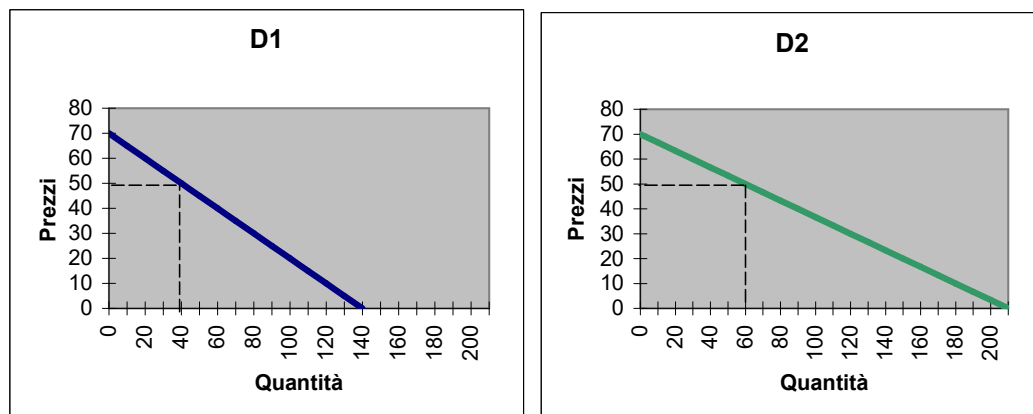


Figura 2.13

La somma orizzontale delle curve è realizzata, calcolando per ciascun prezzo, la somma delle quantità domandate dal primo consumatore e dal secondo. Ad esempio, al prezzo di 50, per la **D1** si ha una domanda di 40 unità e per la **D2** si ha una domanda di 60 unità. Di conseguenza la domanda di mercato quando il prezzo del bene è 50 sarà pari a 100 unità.

Il grafico della domanda di mercato è dunque il seguente

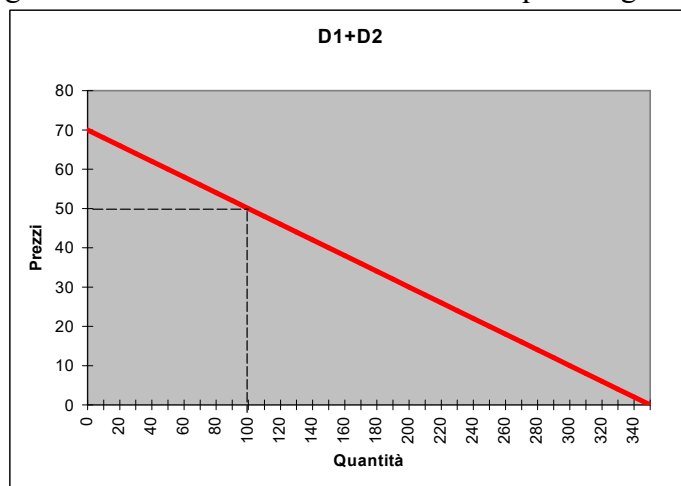


Figura 2.14

Dal punto di vista algebrico l'equazione della **D1** è $p=70-1/2Q^1$ e quella della **D2** è $p=70-1/3Q^2$. Se sommassimo le due equazioni così come sono scritte otterremmo la somma dei prezzi anziché quella delle quantità. Per sommare orizzontalmente le due curve occorre quindi ricordarsi di esprimere le quantità in funzione dei prezzi: $Q^1=140-2p$ e $Q^2=210-3p$. A questo punto si può ottenere la

curva della domanda di mercato sommando le due equazioni (lo stesso procedimento si deve seguire anche per sommare 3, 4, .. n equazioni di domanda individuale). Otteniamo quindi $Q=350-5p$. Esprimendo nuovamente i prezzi in funzione delle quantità otteniamo l'equazione della curva rappresentata nella precedente figura 2.14: $p=70-1/5Q$.

Una situazione leggermente più complessa si verificherebbe se ci trovassimo con curve di domanda di questo genere:

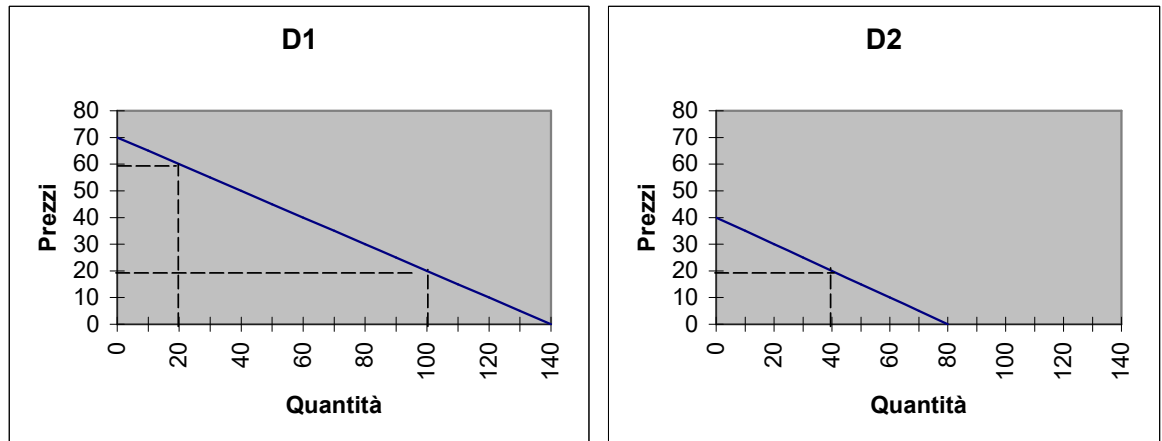


Figura 2.15

Le due curve non hanno uguale intercetta con l'asse delle ordinate. La domanda **D1** è infatti positiva per tutti i prezzi inferiori a 70, mentre la domanda **D2** è positiva solo per i prezzi inferiori a 40. La somma orizzontale delle curve presenta quindi un angolo in corrispondenza del prezzo di 40 e della quantità di 60, poiché nel tratto in cui il prezzo è maggiore di 40 e la quantità minore di 60 il bene è richiesto solo dal primo consumatore e solo per prezzi inferiori le quantità domandate dai due consumatori si sommano.

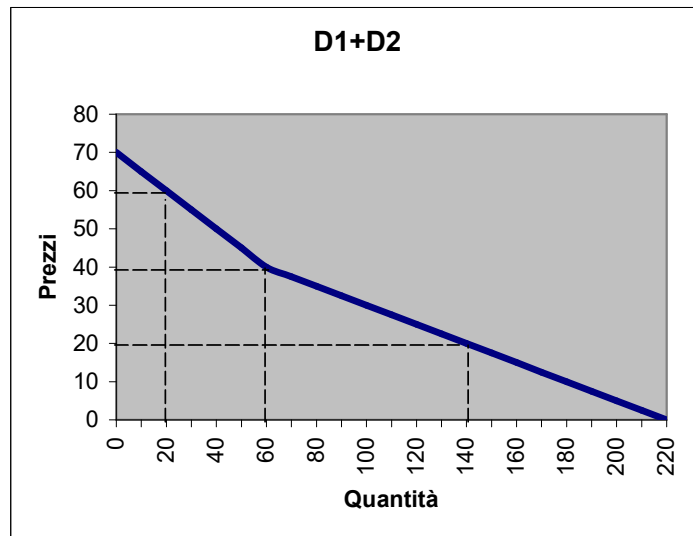


Figura 2.16

In particolare al prezzo di 60, la quantità domandata è pari a 20, come nel grafico relativo alla **D1**. Solo in corrispondenza dei prezzi che vanno da 40 a 0 le due curve si sommano. Ad esempio, al prezzo di 20 la quantità domandata è pari a 140, cioè a 100 (**D1**) più 40 (**D2**).

Dal punto di vista algebrico, le equazioni delle due curve sono: $p=70-1/2Q_1$ e $p=40-1/2Q_2$. Esprimendo le due equazioni in funzione dei prezzi abbiamo: $Q_1=140-2p$ e $Q_2=80-2p$. Sommando le quantità si ottiene la seguente funzione: $Q=220-4p$. Tuttavia questa equazione è valida solo per i prezzi che vanno da 40 a 0. Per prezzi superiori a 40 resta invece valida l'equazione **D1**: $Q_1=140-2p$. Per tornare all'equazione della curva rappresentata nel grafico, esprimiamo le quantità in funzione dei prezzi: $p=55-1/4Q$. Anche qui bisogna però fare attenzione, perché la curva ha un angolo. Per le quantità da 0 a 60 continua quindi, anche per la domanda di mercato, a valere la funzione **D1**: $p=70-1/2Q_1$, mentre solo per le quantità **superiori a 60** vale la nuova equazione ottenuta sommando le quantità. Quando la curva di domanda ha un angolo, cioè è rappresentata da due segmenti di retta differenti, due equazioni rappresentano la curva di domanda, ciascuna relativa ad un segmento, cioè ad una serie determinata di prezzi e quantità.

Il surplus del
consumatore

Il secondo punto che vogliamo mettere in evidenza è il guadagno di utilità che il consumatore riceve dallo scambio, rappresentato da quella che Marshall definì come la **rendita del consumatore** o **surplus del consumatore**.

Il consumatore si rivolge al mercato per acquistare diverse dosi dello stesso bene. Ogni dose, come è noto, rappresenta per il consumatore differenti livelli di utilità. Questo è mostrato dalla curva di domanda, che come abbiamo visto è decrescente. Ma la pendenza decrescente della curva di domanda significa che per ogni **successiva dose di bene** il consumatore è disposto a pagare **un diverso**

prezzo. Come mostrato nella figura 2.17 il consumatore sarebbe stato disposto a pagare per la quantità *la prima dose* (x^1) un prezzo pari a p_1 , per la seconda dose (x^2) un prezzo pari a p_2 e per la terza dose (x^3) un prezzo pari a p_3 . In effetti paga invece per **tutte** le quattro dosi acquistate (x^4) il prezzo di p_4 . Per comprendere meglio questo ragionamento possiamo utilizzare il vecchio concetto di utilità marginale. Come ricorderemo, l'utilità marginale di successive dosi di uno stesso bene è decrescente. La quantità x^4 del bene ha un'utilità marginale (che altro non è che l'utilità della quarta dose) pari al prezzo pagato p_4 , ma l'utilità delle dosi precedenti è superiore, e questo è mostrato dal fatto che per ottenere comunque quelle quantità minori del bene il consumatore sarebbe stato disposto a pagare prezzi superiori a quello effettivamente pagato.

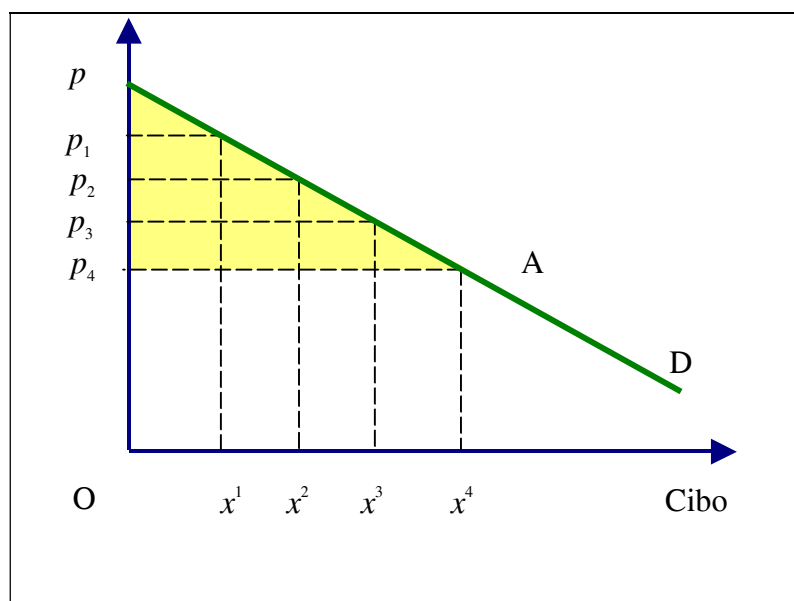


Figura 2.17

Ogni bene economico ha, in condizioni di concorrenza, un unico prezzo di mercato. Il consumatore in questione sarebbe stato disposto a pagare un prezzo più alto per le dosi precedenti l'ultima (in corrispondenza dei livelli di utilità da esse rappresentati), ma invece acquista tutte le dosi al prezzo di mercato del bene.

Ne deriva che il surplus del consumatore rappresenta la differenza tra il prezzo che il consumatore paga effettivamente e quello che sarebbe stato disposto a pagare per entrare comunque in possesso delle dosi del bene che egli desidera acquistare. Nel grafico 5.13 viene rappresentato il sovrappiù in termini di utilità che deriva al consumatore dall'emergere di tale differenza.

Il costo totale sopportato effettivamente dal consumatore è uguale al prezzo della singola dose per il numero di dosi acquistate, cioè corrisponde al rettangolo $0p_4x^4$. Immaginando che il bene sia suddivisibile in unità molto piccole, l'area del trapezio $0p_4x^4$ rappresenta il prezzo complessivo che il consumatore **sarebbe** stato invece disposto a pagare per entrare in possesso della quantità acquistata del

bene. Di conseguenza l'area del triangolo colorato pAp_4 rappresenta la differenza tra spesa sopportata e utilità conseguita, che è dunque caratterizzabile come surplus del consumatore.

Il surplus del consumatore: approfondimento analitico

Riassumendo quanto abbiamo già detto a proposito del surplus del consumatore, in termini geometrici, la disponibilità a pagare per consumare una certa quantità di un bene non è altro che l'area al di sotto della curva di domanda fino a quella quantità.

Questa superficie è chiamata beneficio complessivo del consumatore derivante dal consumo del bene.

Sottraendo la somma spesa dal consumatore per acquistare il bene, otteniamo il surplus (netto) del consumatore.

Quando la curva di domanda è una retta, è possibile calcolare sia il beneficio complessivo del consumatore, sia il suo surplus in modo semplice. Supponiamo che in un mercato qualsiasi la curva di domanda sia data dall'equazione $Q^d = 40 - 2p$. Sia il prezzo prevalente nel mercato pari a € 10. La quantità scambiata è quindi 20 unità (esprese in migliaia).

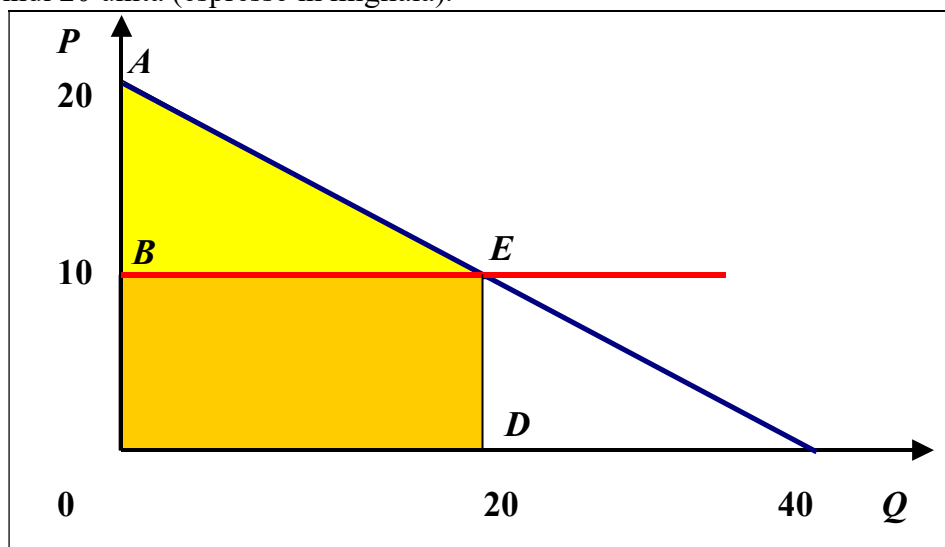


Figura 2.18

L'equazione "rovesciata" è

$$p = 20 - \frac{1}{2}Q$$

Quest'ultima è l'equazione della retta così come disegnata nel grafico. Il beneficio lordo dei consumatori, misurato in moneta, è l'area del trapezio colorato $\left(\frac{(20+10) \cdot 20}{2}\right)$ ed è pari a € 300.000. Ma i consumatori, per acquistare le 20.000 unità del bene, non hanno speso € 300.000, ma soltanto la somma rappresentata in figura dall'area del rettangolo al di sotto della retta orizzontale del prezzo (prezzo x quantità), pari a € 200.000. La differenza è il beneficio netto che i consumatori

ottengono dall'acquisto del bene, cioè il loro surplus pari a € 100.000 è calcolabile direttamente: si tratta infatti dell'area del triangolo ABE ($[20 \times (20-10)]/2$).

In molte occasioni può essere importante calcolare la perdita o il guadagno del benessere dei consumatori collegato ad una misura che fa variare il prezzo e la quantità dei beni scambiati sul mercato.

Supponiamo per esempio che il bene rappresentato nel grafico A1 sia un indumento importato dalla Cina. Supponiamo che la vendita di questo bene sia ristretta da un provvedimento di politica economica, per mezzo di un *contingente all'importazione*, che impone un massimo di importazione di 16.000 unità. La limitazione della quantità scambiata fa aumentare il prezzo del bene: risolvendo la relativa equazione si trova che il prezzo di domanda è ora pari a € 12. Senza il contingente, invece, si sarebbero vendute 20.000 unità del bene al prezzo unitario di € 10.

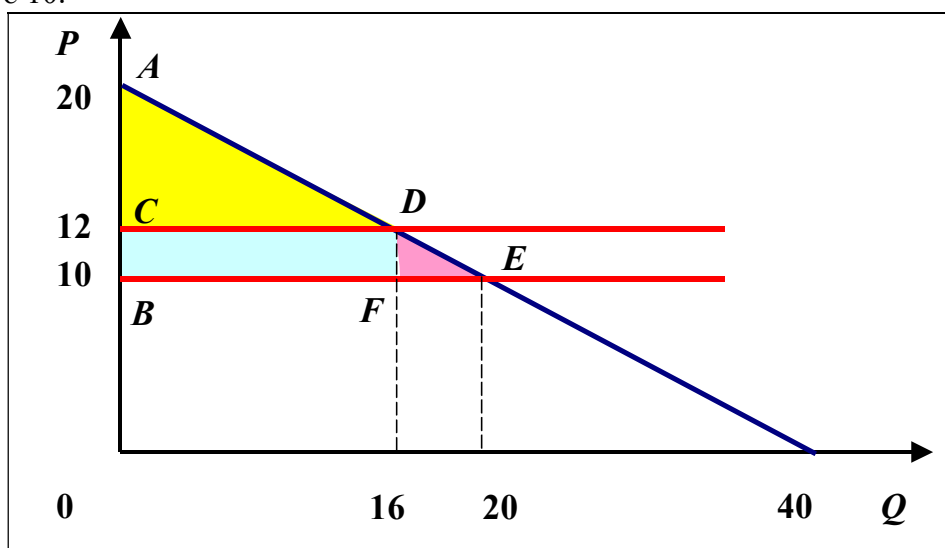


Figura 2.19

Il surplus dei consumatori è, dopo l'aumento del prezzo, pari al triangolo ACD nella figura 2.19 ed è pari a € 64.000 $[16 \times (20-12)/2]$. La perdita di surplus dei consumatori derivante dalla misura di contingentamento è quindi pari a $100.000 - 64.000 = € 36.000$ ed è rappresentata dall'area del trapezio $CDEB$ $[(20+16) \times (12-10)/2]$ nella figura. Ci si può chiedere se questa parte del precedente surplus dei consumatori sia andata del tutto perduta in termini di benefici. In effetti, sulle 16.000 unità vendute, i produttori realizzano un profitto maggiore, dovuto all'aumento di prezzo (€ 2 per unità venduta), pari all'area del rettangolo $CDFB$, cioè a € 32.000 $[16 \times (12-10)]$. Questa parte del precedente surplus dei consumatori non è dunque perduta, ma si trasforma in rendite da contingentamento dei produttori cinesi. Rimane però il triangolo DFE , la cui area rappresenta un valore di € 4.000 $[(20-16) \times (12-10)/2]$ che è andato completamente perduto. Questo valore è chiamato **costo netto** del provvedimento di contingentamento delle importazioni.

(E' opportuno notare che l'analisi è limitata agli effetti del provvedimento solo sul mercato del bene specifico. Per un'analisi più completa occorrerebbe vedere gli effetti del provvedimento sul mercato dei beni sostituti prodotti in Italia e sull'occupazione complessiva).

4. Le scelte del consumatore e le variazioni del reddito

Abbiamo visto come le variazioni del prezzo di un bene influenzano le scelte del consumatore, arrivando a costruire la curva di domanda. E' opportuno ora vedere come le scelte siano influenzate dalla variazione del reddito. Questo studio dovrebbe essere abbastanza agevole: abbiamo già visto come muta la retta di bilancio al variare del reddito. E' quindi sufficiente sovrapporre alla figura 2.2 una famiglia di curve di indifferenza per determinare le scelte del consumatore che ottimizzano l'utilità conseguita al variare del reddito

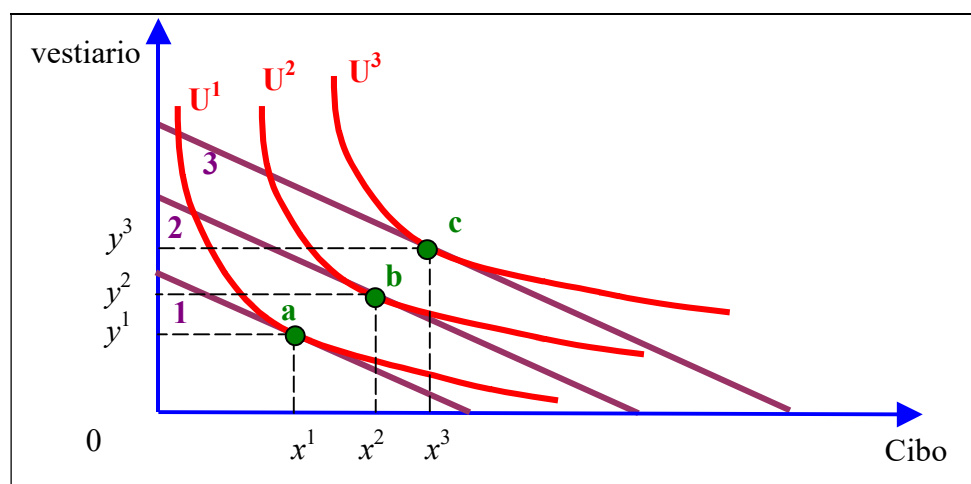


Figura 2.20

Beni normali Come era facile aspettarsi, al crescere del reddito (passando dalle rette di bilancio 1, 2, 3) il consumatore riesce a raggiungere curve di indifferenza sempre più alte (U^1 , U^2 , U^3), acquisendo i panieri a, b, e c). Nel nostro caso la quantità consumata di entrambi i beni cresce. Per la maggior parte dei beni vale la regola che al crescere del reddito cresce la quantità consumata: questi beni sono chiamati **beni normali**.

Beni inferiori Vi sono però alcune eccezioni a questa regola: i **beni inferiori**, che sono beni di scarsa qualità. La quantità consumata di beni inferiori cala all'aumentare del reddito, perché i consumatori, divenendo più ricchi, possono sostituire il consumo del bene inferiore col consumo di un bene di qualità superiore che soddisfa lo stesso bisogno. Ad esempio, al crescere del reddito, diminuisce il consumo di pesce azzurro in favore del pesce bianco, come mostrato dalla figura 2.21.

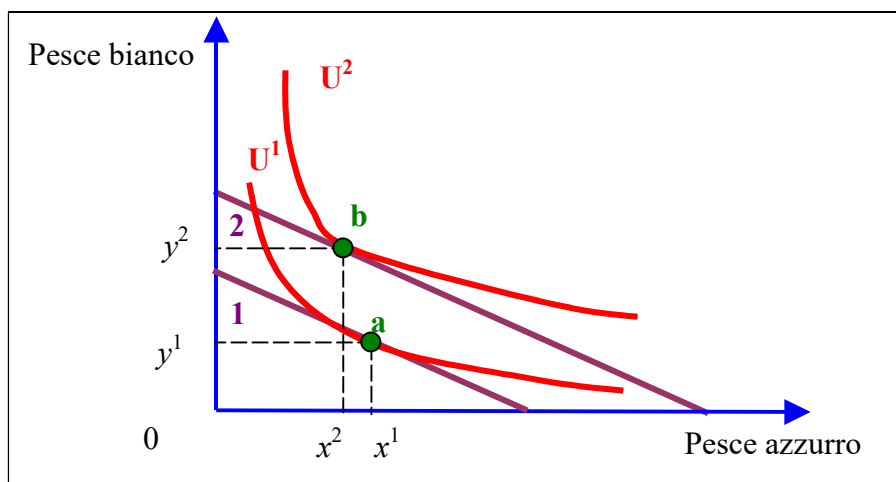


Figura 2.21

Passando dalla retta di bilancio 1 alla retta di bilancio 2 il consumatore è in grado di spostarsi su una curva di indifferenza più alta (da U^1 a U^2), scegliendo il paniere **b** al posto del paniere **a**). Tuttavia la quantità di pesce azzurro consumata diminuisce, passando da x^1 a x^2 .

È stato notato, per fare un altro esempio, che anche i viaggi in treno possono essere considerati beni inferiori: al crescere del reddito i consumatori possono, *coeteris paribus* (in particolare a parità del prezzo della benzina), utilizzare di più l'automobile.

C'è da notare che uno stesso bene, a seconda delle circostanze, può comportarsi diversamente al crescere del reddito e al mutare, ad esempio, delle mode e dei gusti.

Le curve di
Engel

Dalla figura 2.21 è facile ottenere la **curva di Engel**, dal nome dello statistico Ernst Engel (1821-96), ponendo in relazione i livelli del reddito, misurati sull'asse delle ascisse, e le quantità consumate di un bene, misurate sull'asse delle ordinate.

Come è facile intuire, le curve di Engel dei beni normali hanno pendenza positiva, mentre quelle dei beni inferiori hanno pendenza negativa.

Interessante è poi notare che, anche se per tutti i beni normali la quantità consumata cresce al crescere del reddito, il consumo di beni differenti cresce in maniera differente, tanto che possiamo distinguere tra varie tipologie.

Beni inferiori

Tanto i beni di lusso quanto i beni di prima necessità, sono beni normali, il cui consumo, sia pure con modalità diverse, cresce al crescere del reddito. Per i beni inferiori, invece, il consumo diminuisce al crescere del reddito, come mostrato in figura 2.22

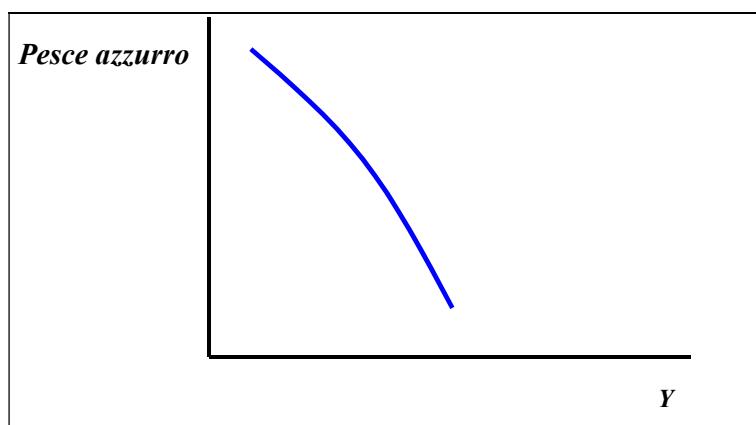


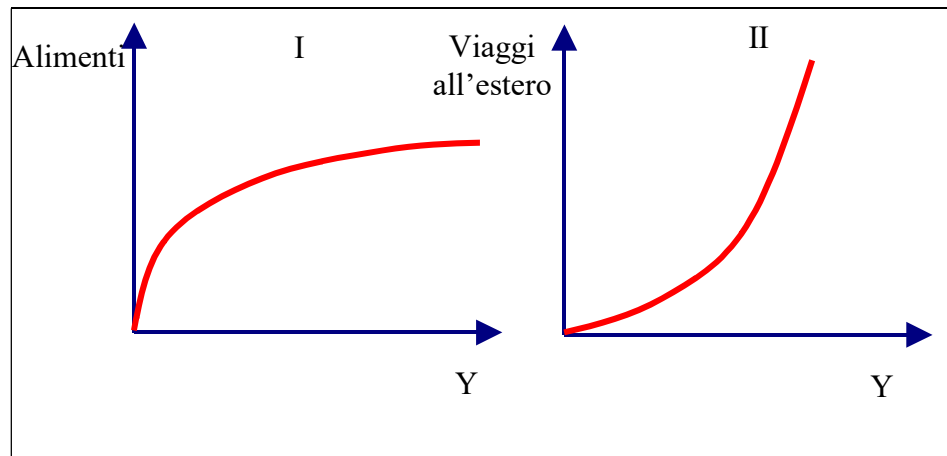
Figura 2.22

Beni di prima
necessità

La prima tipologia di bene normale che prendiamo in considerazione è quella dei beni **di prima necessità**, come ad esempio il cibo. Quando il nostro reddito è basso, siamo costretti a dedicare gran parte di esso all'alimentazione: dopo tutto il nostro problema più assillante, in queste condizioni, è riuscire a mettere insieme il pranzo e la cena. Quando però il reddito aumenta, aumenteremo anche la spesa per l'alimentazione (acquistandone una quantità maggiore e/o alimenti di migliore qualità), ma nel contempo cominceremo ad acquistare altri beni, che ora possiamo permetterci, dato il relativo livello di ricchezza raggiunto. Questo significa che di ogni euro in più di reddito ricevuto, via via che il nostro reddito aumenta, dedicheremo una parte sempre più piccola al consumo di beni di prima necessità: il loro consumo aumenta **ma ad un tasso decrescente**).

La seconda tipologia di beni normali da prendere in considerazione è quella dei beni di lusso, il cui comportamento è esattamente speculare a quello dei beni di prima necessità. Esempi di beni di lusso possono essere i viaggi di piacere all'estero, o i vestiti "griffati", automobili di grossa cilindrata, ecc. E' ovvio che con un reddito molto basso non possiamo consumare beni di lusso, mentre quando il reddito aumenta, soddisfatti i bisogni di prima necessità possiamo dapprima cominciare a consumarne alcuni, fino a quando, divenuti ormai ricchi, dedichiamo la maggior parte dell'incremento del reddito a questi beni. In altri termini, il consumo dei beni di lusso cresce, con l'incremento del reddito, ad un **tasso crescente**.

La figura 5.23 mostra le curve di Engel per questi beni.

**Figura 2.23**

La prima curva della figura 2.23 rappresenta un bene di prima necessità: al crescere del reddito (indicato con Y nell'asse delle ascisse) aumenta il consumo, ma la “salita” diviene sempre meno ripida, cioè la pendenza della curva decresce quando ci spostiamo a destra. Possiamo cogliere l'occasione per notare che tutte le curve che rappresentano una variabile dipendente che cresce ad un tasso di incremento decrescente sono concave verso il basso.

La seconda curva rappresenta i beni di lusso: al crescere del reddito il consumo cresce e la curva si fa più ripida, cioè la pendenza cresce. Quando rappresentiamo una variabile che cresce ad un tasso di incremento crescente otteniamo una curva concava verso l'alto.

APPROFONDIMENTO 1: L'EFFETTO REDDITO E L'EFFETTO SOSTITUZIONE

Come abbiamo già visto nel capitolo dedicato alla domanda, la quantità di un bene acquistata e consumata varia al variare del prezzo perché si verificano contemporaneamente un effetto reddito e un effetto sostituzione. Il consumatore, cioè, quando ad esempio il prezzo di un bene normale diminuisce, è indotto a consumarne una quantità maggiore sia perché acquistare quel bene è ora relativamente più conveniente in confronto agli altri beni il cui prezzo non è cambiato, sia perché, a parità di reddito nominale, è diventato più ricco: il suo potere d'acquisto è aumentato (peraltro l'effetto reddito è negativo per i beni inferiori). Possiamo rappresentare la variazione di consumo, come ormai siamo abituati a fare, con il consueto grafico delle curve di indifferenza e delle rette di bilancio:

L'effetto
complessivo

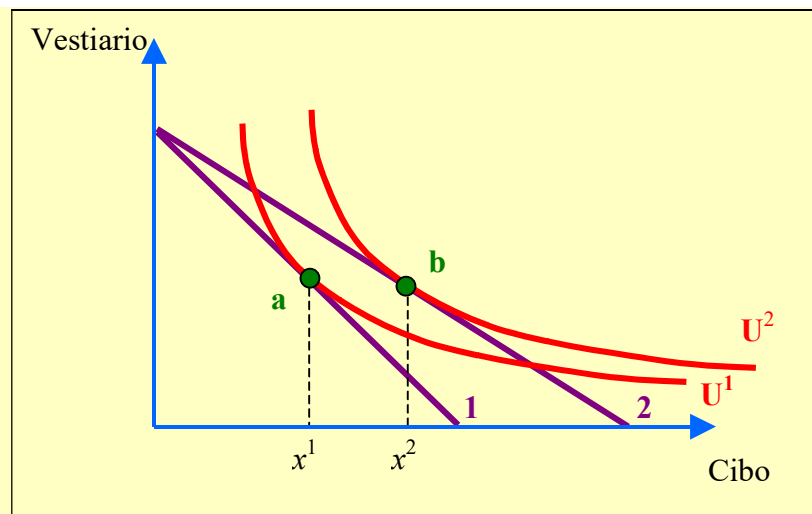


Figura 2.24

Come abbiamo già visto, la diminuzione del prezzo del cibo comporta un aumento della quantità consumata da x^1 a x^2 , come conseguenza dell'azione congiunta di entrambi gli effetti. Possiamo separare i due effetti attribuendo all'**effetto sostituzione** il risultato del **mutamento di pendenza** della retta di bilancio (il mutamento nel rapporto tra i prezzi), mentre l'**effetto reddito** può essere attribuito allo spostamento verso l'alto della retta di bilancio, che permette di raggiungere una curva di indifferenza **più alta**, passando da U^1 a U^2 .

L'effetto
reddito

Per isolare questo effetto, rispetto all'effetto sostituzione, possiamo ricorrere ad un "trucco", possiamo cioè immaginare una situazione ipotetica in cui il consumatore può raggiungere il più alto livello di benessere (la curva U^2), non perché diminuisce il prezzo del cibo (come effettivamente è avvenuto), ma perché è aumentato il suo reddito. Per vedere quale sarebbe stata la scelta del consumatore in questa situazione, dobbiamo tracciare una retta di bilancio **parallela alla retta 1**, ma più alta di quest'ultima, **tangente alla nuova curva di indifferenza U^2** . In questo modo eliminiamo l'effetto sostituzione e mettiamo in evidenza l'effetto reddito: il consumatore, che vede aumentare il proprio potere d'acquisto, può raggiungere il più alto benessere, ma il rapporto tra i prezzi rimane immutato, cosicché non ha alcuno stimolo a **sostituire** il consumo di un bene con un altro.

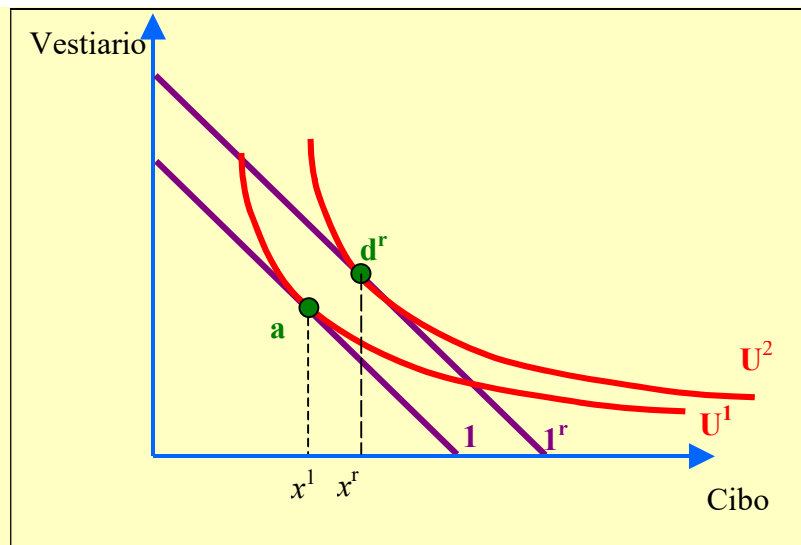


Figura 2.25

Nel grafico è rappresentata la scelta che avrebbe effettuato il consumatore nel **caso ipotetico** in cui il reddito fosse aumentato permettendo di raggiungere U^2 , ma il rapporto tra i prezzi fosse rimasto invariato. La retta di bilancio sarebbe stata 1^r , il paniere scelto d^r e il consumo del cibo sarebbe aumentato di $x^r - x^1$ (la lettera r indica l'effetto reddito).

L'effetto sostituzione Ma noi sappiamo che la retta di bilancio 1^r è una retta del tutto ipotetica. In realtà il consumatore ha potuto raggiungere la curva di indifferenza U^2 perché la sua nuova retta di bilancio è la **2**, che gli permette di scegliere il paniere **b**, con un incremento di consumo di cibo pari a $x^2 - x^1$. Basta quindi sottrarre all'effetto complessivo la variazione di consumo dovuta all'effetto reddito per trovare l'effetto sostituzione, che è pari a $x^2 - x^r$.

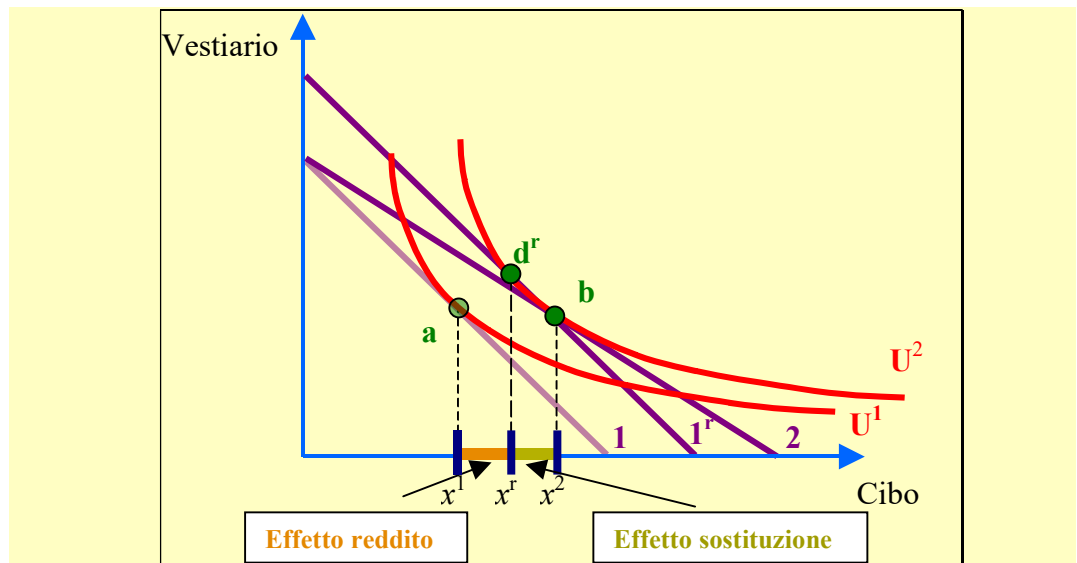


Figura 2.26

Effetto reddito ed effetto sostituzione per i beni inferiori.

Come abbiamo visto, l'effetto reddito e l'effetto sostituzione hanno normalmente la stessa direzione e si sommano.

Che cosa succede, però, se il bene considerato è un bene inferiore, come il pesce azzurro? Come sappiamo, nel caso dei beni inferiori l'effetto reddito è negativo, cioè al crescere del reddito il consumo tende a diminuire. Effetto reddito ed effetto sostituzione hanno in questo caso direzioni opposte.

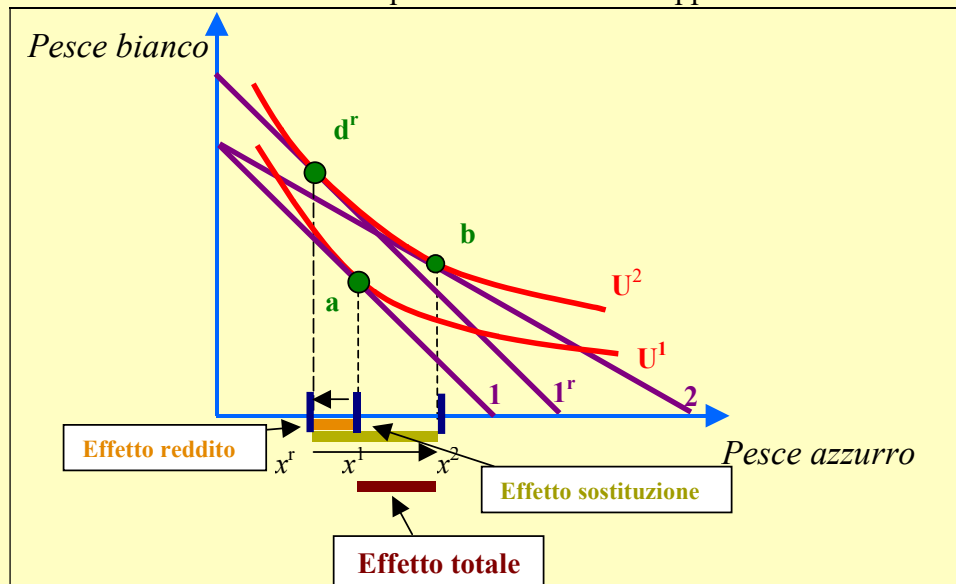


Figura 2.27

Nella figura 2.27 è scomposto l'effetto complessivo dovuto ad una diminuzione del prezzo del pesce azzurro. L'effetto complessivo è rappresentato dall'aumento

del consumo da x^1 a x^2 . Tuttavia l'effetto reddito è negativo. Essendo il bene inferiore, una diminuzione del suo prezzo, aumentando il reddito reale del consumatore, tende a far diminuire il suo consumo da x^1 a x^r , poiché il consumatore sceglierebbe di acquisire il panier d^r , quando la curva di indifferenza sale da U^1 a U^2 e corrispondentemente il reddito sale dalla retta di bilancio **1** alla retta parallela (in cui cioè il rapporto tra i prezzi resta lo stesso) **1^r**. Tuttavia, come sappiamo, nella realtà non è aumentato il reddito, ma è diminuito il prezzo del pesce azzurro. Di conseguenza la retta di bilancio rilevante è la **2**, che è tangente alla curva di indifferenza **2** nel punto indicato dal paniere **b**. L'effetto sostituzione è quindi indicato dal passaggio dalla quantità di pesce azzurro x^r alla quantità x^2 .

Come si vede l'effetto reddito non è generalmente in grado di annullare l'effetto sostituzione, cioè la tendenza ad aumentare il consumo di un bene inferiore in seguito ad una diminuzione del suo prezzo è sempre maggiore della tendenza a diminuire il suo consumo per l'effetto reddito, cosicché la domanda del bene resta inclinata negativamente.

Si è molto discusso di un caso particolare, detto “paradosso di Giffen”, riferito al caso del consumo delle patate in Irlanda nel secolo XIX quando, in seguito ad una carestia, il prezzo delle patate crebbe. Poiché le patate erano la componente principale della dieta degli irlandesi poveri, molte famiglie, avendo a disposizione un reddito reale inferiore, furono costrette a rinunciare completamente al consumo degli alimenti più costosi come la carne e ad aumentare il consumo di patate.

E' dubbio che questo caso si sia verificato effettivamente, ma in ogni caso un bene, per potere vedere la sua domanda aumentare in seguito ad un incremento del suo prezzo, deve avere le seguenti caratteristiche:

1. essere un bene inferiore
2. deve coprire una quota molto rilevante nel bilancio di spesa del consumatore in modo che l'effetto reddito, in seguito alla variazione del suo prezzo, sia rilevante
3. deve avere pochissimi sostituti, in modo che l'effetto sostituzione sia molto piccolo rispetto all'effetto reddito.

Nella pratica, la probabilità della presenza contemporanea di queste caratteristiche per un bene è molto bassa.

Ancora sull'effetto reddito e l'effetto sostituzione: variazione equivalente, variazione compensativa del reddito e equazione di Slutsky.

Il passaggio dalla retta di bilancio **1** alla retta di bilancio **1^r** nella figura 2.26 è anche chiamato **variazione equivalente** del reddito. Essa ci dice quale è l'incremento monetario del reddito che il consumatore avrebbe dovuto ottenere per aumentare la sua utilità (il passaggio da U^1 a U^2) nella **stessa misura** in cui essa viene effettivamente aumentata dalla riduzione di prezzo del bene, se quest'ultimo fosse rimasto immutato. Cioè con la variazione equivalente si elimina **l'effetto sostituzione**. La variazione equivalente ci dice quanto reddito

occorre aggiungere al consumatore, dati i **prezzi iniziali**, affinché egli possa raggiungere il nuovo livello di utilità. La variazione equivalente è quindi positiva quando il prezzo del bene diminuisce (e negativa quando il prezzo del bene aumenta).

Vediamo adesso un altro modo di considerare l'effetto reddito e l'effetto sostituzione attraverso quella che viene chiamata la **variazione compensativa**.

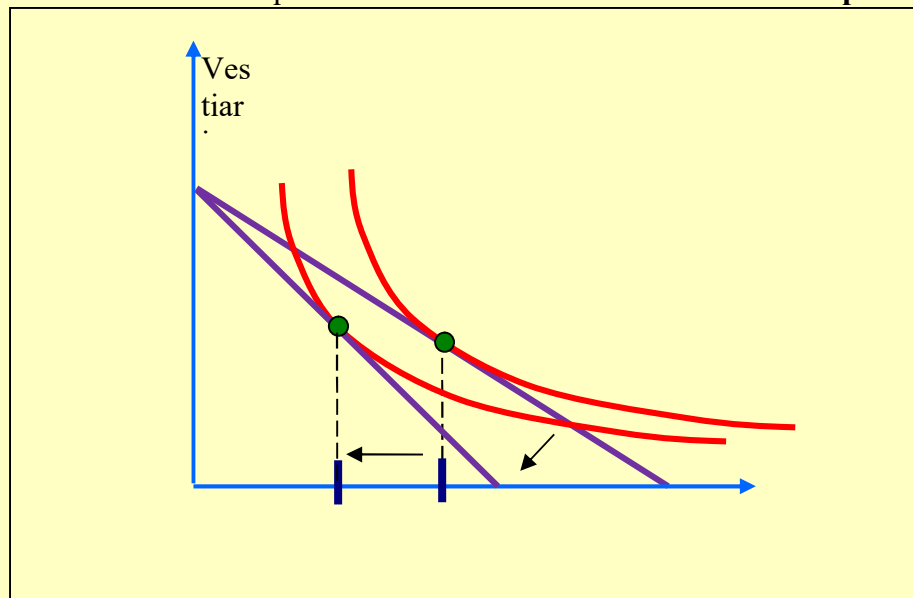


Figura 2.28

Supponiamo che il prezzo del bene sia aumentato. Ora ovviamente la retta di bilancio ruota verso sinistra e verso il basso da **1** a **2** e il consumatore è costretto a diminuire la propria utilità passando dal livello U^2 al livello U^1 , dal paniere **a** al paniere **b** e dalla quantità consumata di cibo x^1 alla quantità minore x^2 (figura 2.28).

Poniamoci ora la seguente domanda: di quanto dovrebbe aumentare il reddito del consumatore perché gli possa continuare ad acquistare il paniere **a**, pur con il più alto livello del prezzo del cibo? Si comprende quindi perché si parla di variazione compensativa: si tratta ora di immaginare di compensare il consumatore per la sua perdita di benessere.

Algebricamente la retta di bilancio iniziale del consumatore, che ha scelto di consumare le quantità x^1 di cibo e y^1 di vestiario, con un reddito pari a S e prezzi del cibo e del vestiario rispettivamente pari a p_x e p_y è data da:

$$S = p_x x^1 + p_y y^1.$$

Quando il prezzo del cibo sale a p'_x il reddito del consumatore dovrebbe crescere a S' perché egli possa continuare a consumare le stesse quantità dei beni.

$$S' = p'_x x^1 + p_y y^1.$$

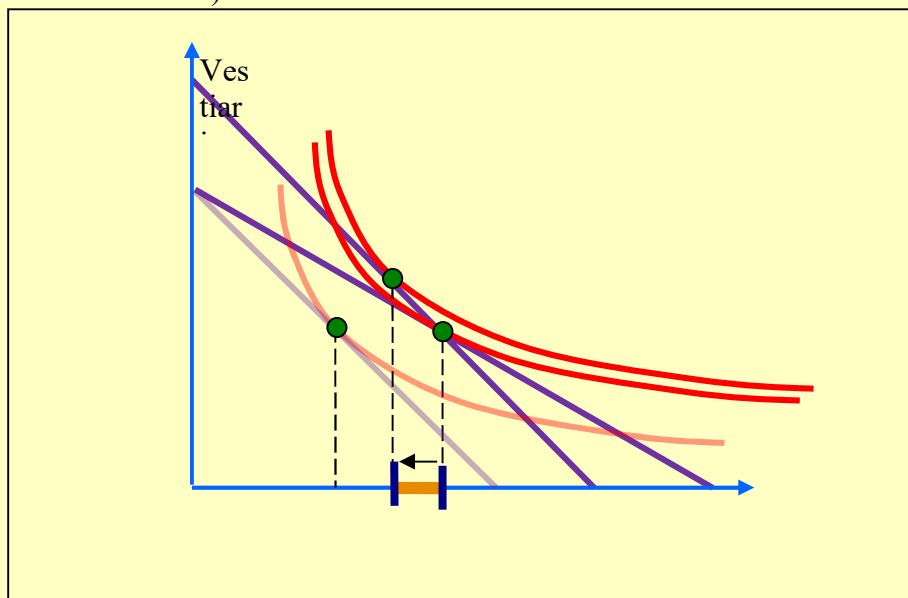
La variazione compensativa necessaria di reddito, quindi, sottraendo la prima equazione dalla seconda è

$$S' - S = x^1 (p'_x - p_x).$$

Cioè il consumatore dovrebbe ricevere un reddito aggiuntivo pari alla quantità consumata di cibo moltiplicata la variazione di prezzo.

Tuttavia il consumatore, con la retta di bilancio compensata, pur potendo raggiungere il paniere di beni iniziale, **può migliorare la propria posizione** scegliendo un altro paniere. Infatti la nuova retta di bilancio ha ora una **pendenza (rapporto tra i prezzi) differente**, e quindi il consumatore sceglierà un nuovo paniere che permette di eguagliare il SMS al nuovo rapporto tra i prezzi. Come si vede dalla figura, può massimizzare il proprio benessere scegliendo il paniere **d^s**, per il quale $p'_x/p_y = \text{SMS}$. Il paniere giace sulla curva di indifferenza **U³** (figura A2.3.3).

Abbiamo quindi eliminato **l'effetto reddito**. La variazione compensativa, quindi, ci dice quanto reddito occorre aggiungere al consumatore, dati i **nuovi prezzi**, perché esso possa raggiungere lo stesso paniere. La variazione compensativa è quindi positiva quando il prezzo del bene aumenta (e negativa quando diminuisce)



Fugura 2.29

La figura mostra appunto la variazione compensativa e il relativo effetto sostituzione. Con il nuovo rapporto dei prezzi, il consumatore avrebbe potuto continuare a raggiungere il paniere iniziale se la sua retta di bilancio fosse divenuta **1^e**. Tuttavia migliorerebbe la sua posizione acquistando il paniere **d^s**. La variazione $x^1 - x^s$ del consumo è quindi l'effetto sostituzione. L'effetto reddito è ovviamente la variazione residua.

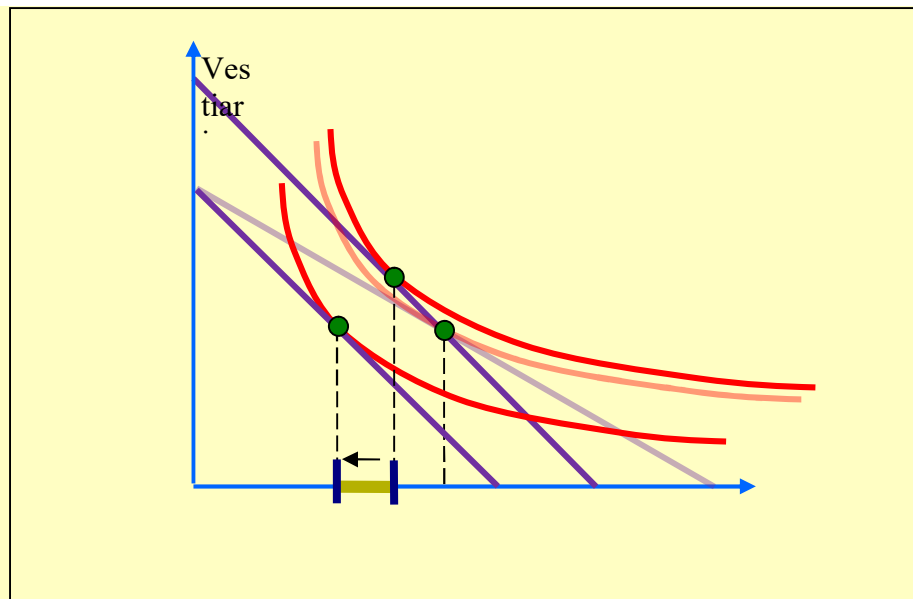


Figura 2.30

Per l'effetto reddito dobbiamo infatti guardare il passaggio dal paniere d^s al paniere b . La retta di bilancio effettiva è la 2, che rappresenta un reddito minore di quello compensato (retta di bilancio 1'). La quantità consumata diminuisce da x^s a x^2 . (Si noti che il bene è un bene normale).

L'effetto totale è anche in questo caso la somma dei due effetti: 2.31

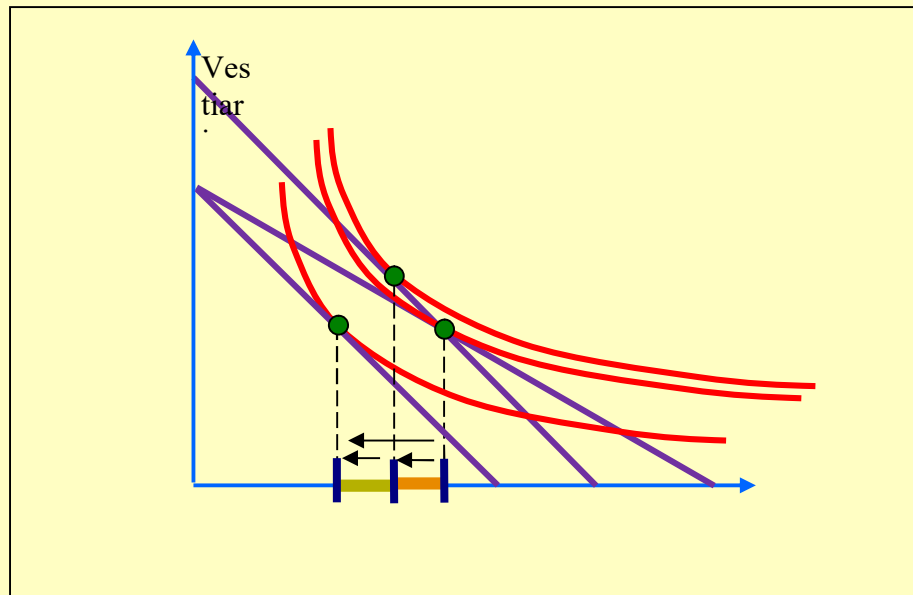


Figura 2.31

Algebricamente l'effetto sostituzione e l'effetto reddito possono essere mostrati attraverso l'equazione dell'economista russo Eugene Slutsky.

Infatti l'effetto sostituzione è dato dalla seguente equazione, chiamando Δx^s la variazione della quantità domandata del bene x dovuta all'effetto sostituzione

$$\Delta x^s = x^1(S, p_x) - x^s(S', p'_x)$$

La variazione della quantità domandata del bene x dovuta all'effetto sostituzione è data dalla quantità x^1 , che era richiesta quando il reddito era S e il prezzo del cibo p_x meno la quantità x^s che è domandata quando il reddito è quello compensato S' e il prezzo p'_x .

La variazione dovuta all'effetto reddito è invece Δx^r

$$\Delta x^r = x^s(S', p'_x) - x^2(S, p'_x)$$

La variazione dovuta all'effetto reddito è dunque la quantità x^s che viene domandata al reddito compensato e al prezzo p'_x , meno la quantità domandata al reddito effettivo S e al prezzo p'_x .

L'equazione di Slutsky è dunque

$$\Delta x = \Delta x^s + \Delta x^r = [x^1(S, p_x) - x^s(S', p'_x)] + [x^s(S', p'_x) - x^2(S, p'_x)]$$

Si ricordi che per i beni normali tanto l'effetto sostituzione che quello reddito sono negativi al crescere del prezzo.

5. La costruzione algebrica delle curve di indifferenza.

Anche se i consumatori hanno solo ordinamenti di preferenze è spesso utile assegnare loro una funzione di utilità, in modo da trattare algebricamente tutte le informazioni relative.

Supponiamo, per esempio, che le preferenze di un consumatore, relative al consumo di due beni X e Y siano rappresentate dalla funzione indice di utilità $U(X, Y) = XY$. Per funzione indice si intende che l'utilità può essere misurata solo ordinalmente e quindi si indica la relazione tra il *livello* (e non la *quantità* misurata in senso cardinale) di benessere con le quantità dei beni consumati. Poiché una curva di indifferenza rappresenta tutte le combinazioni di x e y che danno lo stesso livello di utilità, una curva di indifferenza relativa al livello di utilità pari a U_1 sarà rappresentata dalla funzione

$$U_1 = XY$$

L'equazione può essere riscritta come

$$Y = \frac{U_1}{X}$$

Supponiamo ora di voler conoscere l'equazione della curva di indifferenza relativa al livello di utilità $U=1$. Sostituendo questo valore nella A5.2 otteniamo subito:

$$Y = \frac{1}{X}$$

Ugualmente possiamo procedere per livelli diversi di utilità (ad es. 1, 2, 3, ...) e possiamo quindi calcolare le diverse combinazioni di X e Y che sono ugualmente preferite e disegnare una mappa di curve di indifferenza.

La mappa delle curve di indifferenza, calcolata per questo esempio, è la seguente

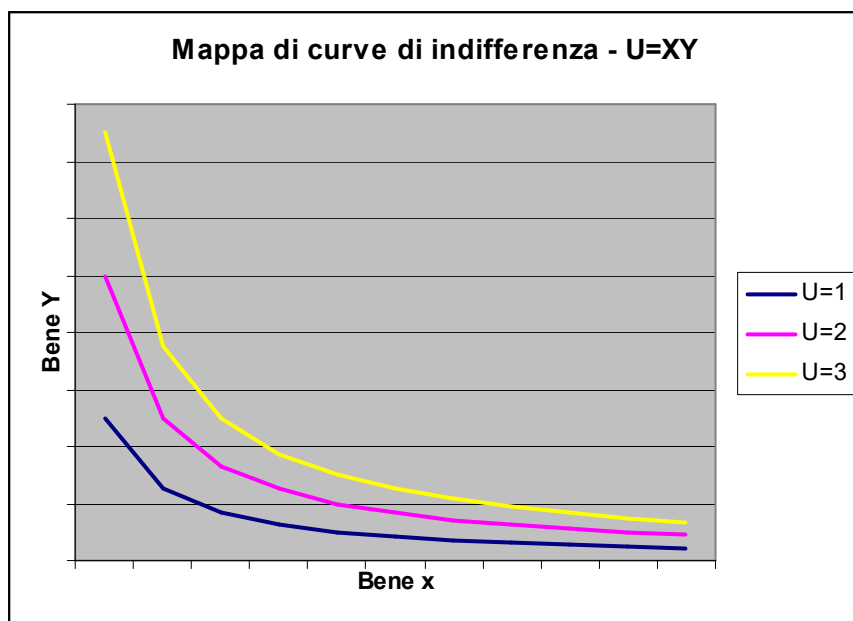


Figura 2.32

Procediamo ora ad illustrare un modo per risolvere algebricamente il problema del massimo del consumatore. Formalmente il problema è quello di trovare i valori di x e y nel punto massimo della funzione di utilità sotto il vincolo di bilancio e si scrive

Max $U(X,Y)$ sotto il vincolo $S = p_x X + p_y Y$

Un metodo che garantisce la soluzione di questo problema è l'uso dei moltiplicatori di Lagrange.

In quanto segue si illustrerà un metodo alternativo che richiede una notazione meno pesante.

Si può partire dal vincolo di bilancio, scritto come $Y = \frac{S}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} X$

Sostituendo il valore della Y nella funzione di utilità otterremo:

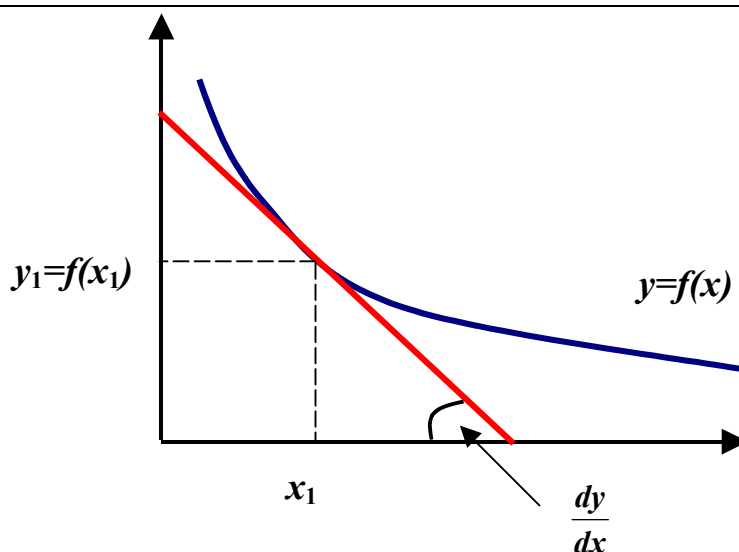
$$1) U = \left(X, \frac{S}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} X \right)$$

Il massimo di questa funzione può essere trovato ponendo uguale a zero la derivata rispetto a x

$$2) \frac{dU}{dX} = 0.$$

Appendice di pratica

Si ricorda che la derivata di una funzione può essere interpretata come la pendenza della retta tangente alla curva che rappresenta la funzione nel punto in esame, come si vede nella figura:



Ai nostri fini si ricorderà che la derivata di una costante è sempre uguale a zero e che la derivata di una potenza si ottiene come nell'esempio che segue:

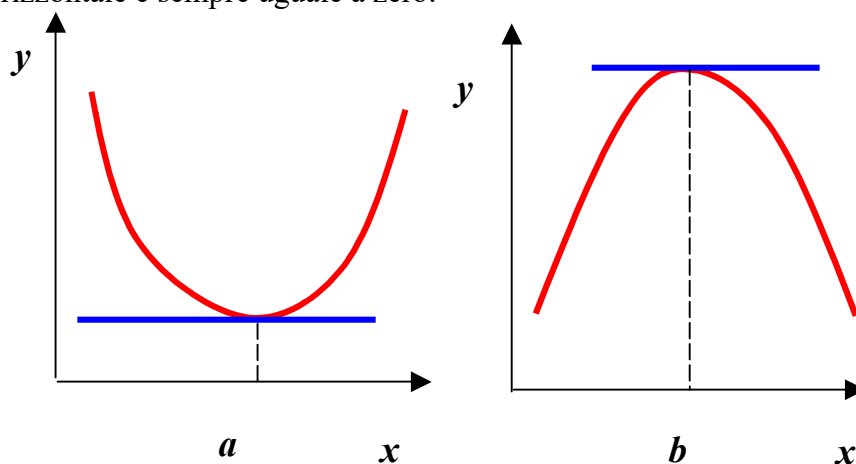
$$y=Ax^n$$

$$\frac{d}{dx}(Ax^n) = Anx^{n-1}$$

cioè si ottiene moltiplicando la funzione per il numero che sta alla potenza e diminuendo la potenza di uno.

Ricordiamo infine che se una funzione ha un punto di massimo o di minimo in quel punto la derivata della funzione è sempre uguale a zero.

L'esempio grafico vale a chiarire questo punto, poiché le rette tangenti al punto di minimo (*a*) o a quello di massimo (*b*) sono orizzontali e la pendenza di una retta orizzontale è sempre uguale a zero:



Il punto *a* rappresenta un minimo mentre il punto *b* un massimo. In entrambi questi punti la retta tangente risulta orizzontale e quindi la sua pendenza è uguale a zero. Quindi per trovare il massimo o il minimo di una funzione (se esiste)

occorre eguagliare la derivata a zero. Per sapere se si tratta di un massimo o di un minimo occorrerebbe poi trovare la derivata seconda (cioè la derivata della derivata): in presenza di un minimo, come nel punto *a* la derivata seconda è positiva, perché lungo la curva la pendenza cresce, mentre nel punto *b* di massimo la derivata seconda è negativa perché la pendenza della curva decresce spostandoci verso destra. Nella maggior parte dei casi che incontreremo, però, sapremo già intuitivamente se siamo in presenza di un massimo o di un minimo e non avremo bisogno di calcolare la derivata seconda

Un esempio varrà a chiarire la procedura che abbiamo visto di massimizzazione dell'utilità del consumatore:

Sia la funzione di utilità $U(X,Y)=XY$, $S=40$, $p_x=4$ e $p_y=2$. Risolvendo il vincolo di bilancio rispetto a Y otteniamo $Y=20-2X$. Sostituendo il valore di Y nella funzione di utilità si ottiene: $X(20-2X)=20X-2X^2$. Derivando e ponendo uguale a zero si ha: $20-4X=0$. La quantità di X che massimizza la funzione la soddisfazione del consumatore sotto il vincolo di bilancio è quindi $X=5$. Possiamo quindi trovare la quantità di Y nel vincolo di bilancio: $Y=20-2 \cdot 5=10$. L'indice di utilità raggiunto dal consumatore è $XY=50$.

La rappresentazione grafica di questo problema è la seguente:

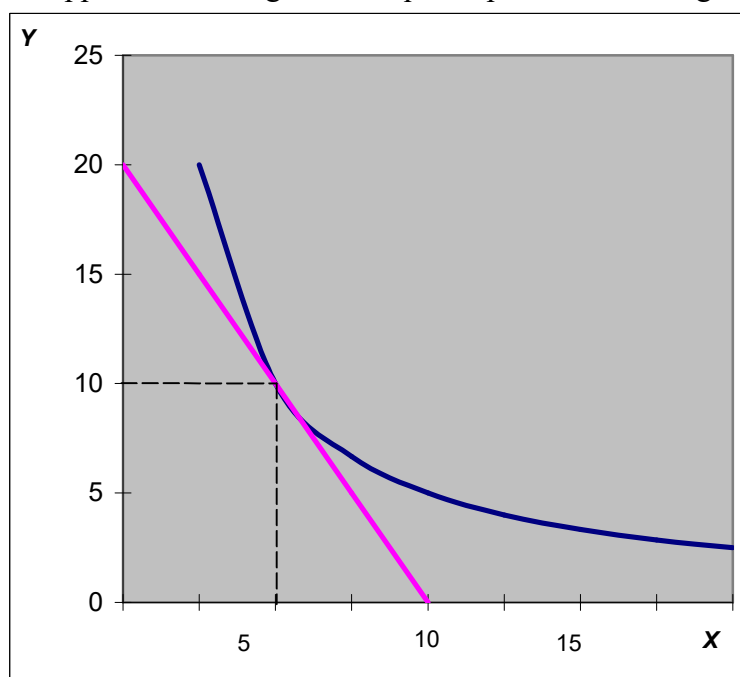


Figura 2.32

6. Il Saggio Marginale di Sostituzione

Consideriamo la funzione indice di utilità $U=U(X,Y)$

Nonostante siamo in ambito ordinalista, possiamo definire l'utilità marginale del bene X (Um_x) come la derivata parziale della funzione rispetto a X

$$2.6.1) Um_x = \frac{\partial U}{\partial X}$$

In termini non formali la derivata parziale indica infatti l'incremento di utilità collegato ad un incremento infinitesimo del consumo del bene X .

Analogamente la derivata parziale della funzione rispetto a Y indica l'utilità marginale di Y (Um_y):

$$2.6.2) Um_y = \frac{\partial U}{\partial Y}$$

Consideriamo la funzione indice di utilità $U=XY$

L'utilità marginale del bene X , derivando la funzione per X (ai nostri scopi pratici possiamo considerare la derivata parziale di una funzione a più variabili come la derivata di una funzione ad una sola variabile, considerando ad esempio Y come una costante) e ricordando che $X^0=1$ è

$$Um_x = Y$$

L'utilità marginale di Y , analogamente, è

$$Um_y = X$$

Consideriamo ora una curva di indifferenza che ovviamente rappresenta un livello di utilità costante in ogni suo punto. Spostandoci lungo la curva di indifferenza assisteremo ad un incremento della quantità consumata di un bene (e quindi ad un incremento della utilità ottenuta dal consumo del bene) e ad una diminuzione del consumo dell'altro bene (e quindi ad una diminuzione della utilità ottenuta). In termini formali, per variazioni sufficientemente "piccole", se aumenta il consumo di X e diminuisce quello di Y possiamo indicare come l'incremento dell'utilità associata a X il prodotto dell'utilità marginale di X per l'incremento della quantità consumata e come diminuzione dell'utilità associata a Y il prodotto dell'utilità marginale di Y per la variazione della quantità. Poiché lungo la curva di indifferenza il livello di utilità resta sempre lo stesso, l'incremento e la diminuzione di utilità associate al consumo dei due beni debbono annullarsi. In simboli

$$2.6.3) \quad dU = Um_x dX - Um_y dY = \frac{\partial U}{\partial X} dX - \frac{\partial U}{\partial Y} dY = 0$$

In questa notazione si è usato la lettera d al posto della lettera greca Δ ad indicare variazioni infinitesime.

Da questa equazione si ottiene

$$2.6.4) \quad SMS = \frac{dY}{dX} = \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y}$$

Si vede subito che il Saggio Marginale di Sostituzione, cioè il rapporto tra la variazione del bene Y e la variazione del bene X è uguale al rapporto tra l'utilità marginale del bene Y e l'utilità marginale del bene X , cioè al rapporto tra le derivate parziali. Nell'esempio fatto sopra in cui $U=XY$ il rapporto tra le utilità marginali è $\frac{Y}{X}$.

Consideriamo ora la scelta ottima del consumatore, in cui il *SMS* è uguale al rapporto tra i prezzi. In questo punto si avrà dunque, per quanto abbiamo ora visto, che il rapporto tra i prezzi è uguale al rapporto tra le utilità marginali:

$$2.6.5) \frac{p_x}{p_y} = \frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y}$$

Da questa equazione otteniamo:

$$2.6.6) \frac{\partial U / \partial X}{p_x} = \frac{\partial U / \partial Y}{p_y}$$

Ma questo non è che un modo diverso per arrivare alla seconda legge di Gossen. Il consumatore massimizza la sua utilità quando le utilità marginali ponderate per i prezzi sono eguagliate per tutti i beni.

Più in generale se $U = X^\alpha Y^\beta$, con $0 < \alpha < 1$ e $0 < \beta < 1$:

$$2.6.7) U_{m_x} = \alpha X^{(\alpha-1)} Y^\beta = \frac{\alpha(X^\alpha Y^\beta)}{X} = \alpha \frac{U}{X}$$

$$2.6.8) U_{m_y} = \beta X^\alpha Y^{(\beta-1)} = \frac{\beta(X^\alpha Y^\beta)}{Y} = \beta \frac{U}{Y}$$

Per quanto riguarda il *SMS* avremo:

$$2.6.9) \frac{\alpha U}{X} / \frac{\beta U}{Y} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{Y}{X}$$

Possiamo ora utilizzare un metodo pratico per trovare più velocemente il punto di equilibrio del consumatore: sappiamo infatti che in equilibrio l'*SMS* è uguale al rapporto tra i prezzi. Quindi possiamo porre

$$2.6.10) \frac{\alpha}{\beta} \frac{Y}{X} = \frac{p_x}{p_y}$$

Ricaviamo la Y in questa funzione:

$$Y = \frac{p_x \beta X}{p_y \alpha}$$

Possiamo ora sostituire il valore così ottenuto nella retta di bilancio:

$$\frac{p_x \beta X}{p_y \alpha} = \frac{S}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} X$$

$$X \frac{p_x}{p_y} \left(\frac{\beta}{\alpha} + 1 \right) = \frac{S}{p_y}$$

$$2.6.11) X = \frac{S}{p_x \left(\frac{\beta}{\alpha} + 1 \right)}$$

Che può essere ulteriormente semplificato in questo modo

$$2.6.12) \quad X = \frac{S}{p_x \frac{\beta + \alpha}{\alpha}} = \frac{S \frac{\alpha}{\alpha + \beta}}{p_x}$$

Ovviamente per il bene Y varrà l'equazione:

$$2.6.13) \quad Y = \frac{S \frac{\beta}{\alpha + \beta}}{p_y}$$

(Si consiglia di ricordarsi queste formule perché saranno utili per risolvere in breve tempo analoghi esercizi)

Altrimenti, ottenuto il valore di X si ottiene subito dalla equazione della retta di bilancio anche il valore della Y .

Nel caso in cui $\alpha + \beta = 1$ le formule 2.6.12 e 2.6.13 si semplificano ulteriormente e si ottiene

$$2.6.12.1 \quad X = \frac{S\alpha}{p_x}$$

$$2.6.13 \quad Y = \frac{S\beta}{p_y}$$

Si noti che in questo caso la spesa totale per ciascun bene è proporzionale rispettivamente ai coefficienti α e β .

Un esempio numerico

Sia $U = X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}}$

Risolvendo le derivate parziali otteniamo:

$$Um_x = \frac{2}{3} X^{\left(\frac{2}{3}-1\right)} Y^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} \frac{X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}}}{X} = \frac{2}{3} \frac{U}{X}$$

e

$$Um_y = \frac{1}{3} X^{\frac{2}{3}} Y^{\left(\frac{1}{3}-1\right)} = \frac{1}{3} \frac{X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}}}{Y} = \frac{1}{3} \frac{U}{Y}$$

Il saggio marginale di sostituzione è eguale al rapporto tra le utilità marginali

$$SMS = \frac{\frac{2}{3} \frac{U}{X}}{\frac{1}{3} \frac{U}{Y}} = 2 \frac{Y}{X}$$

Possiamo ora utilizzare il nostro metodo per trovare i valori di X e Y che massimizzano il benessere del consumatore.

Sia $S=30$, $p_x=4$ e $p_y=2$.

Dall'eguaglianza tra rapporto tra i prezzi e SMS otteniamo

$$2 = 2 \frac{Y}{X}$$

$$Y = X$$

Sostituendo nella retta di bilancio otteniamo

$$X = 15 - 2X$$

$$3X = 15$$

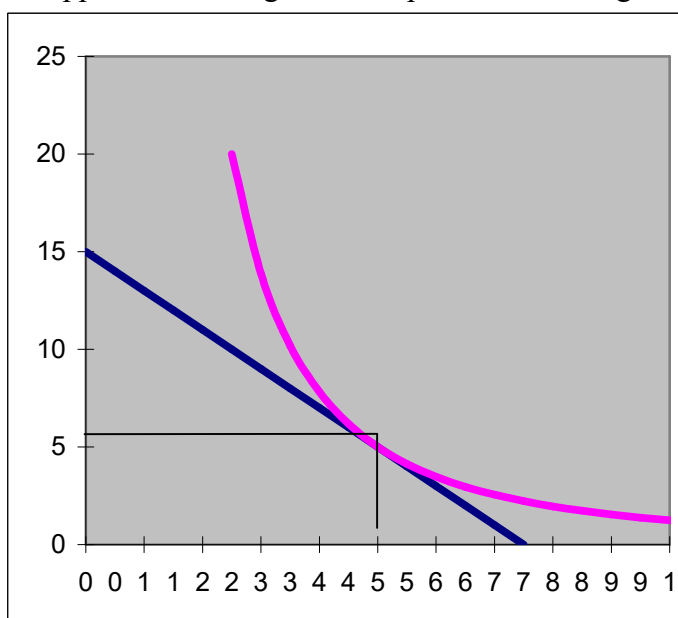
$$X = 5$$

Dall'equazione della retta di bilancio si ricava poi il valore della $Y=5$.

D'altra parte lo stesso valore di X si sarebbe trovato applicando direttamente la formula trovata nell'equazione 14), o meglio la formula 14.1), poiché $\alpha + \beta = 1$, senza dover rifare tutto il procedimento:

$$X = \frac{S\alpha}{p_x} = \frac{30 * \frac{2}{3}}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

La rappresentazione grafica del problema è la seguente:



Esempio numero 2.

Supponiamo ora che il reddito a disposizione del consumatore sia $S=4200$,

$p_x=40$ e $p_y=70$. Sia la funzione di utilità $U = X^{\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{2}}$

Per risolvere semplicemente il problema di massimizzazione dell'utilità del consumatore basterà ricorrere alle equazioni 14) e 15).

Applicando

la

14)

otteniamo:

$$X = \frac{S \frac{\alpha}{\alpha + \beta}}{p_x} = \frac{4200 \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}}{40} = \frac{4200 \frac{2}{5}}{40} = \frac{1680}{40} = 42$$

$$\text{Applicando la 15 si ottiene } Y = \frac{\frac{1}{\alpha + \beta}}{p_y} = \frac{4200 \frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{70} = \frac{4200 \frac{3}{5}}{70} = \frac{2520}{70} = 36$$

Che questa soluzione è corretta si può mostrare calcolando il *SMS* della funzione indice dell'utilità quando le quantità di X e Y sono rispettivamente 42 e 36.

$$SMS = \frac{\alpha}{\beta} \frac{Y}{X} = \frac{1}{3} \frac{36}{42} = \frac{4}{7}$$

Il *SMS* è evidentemente uguale, nel punto di massimo, al rapporto tra i prezzi di X e Y , rispettivamente 40 e 70.

L'effetto reddito, l'effetto sostituzione e l'equazione di Slutsky.

Vediamo come è possibile separare effetto reddito ed effetto sostituzione utilizzando l'equazione di Slutsky con un esempio.

Un consumatore ha un reddito di € 2.400 che impiega interamente domandando i beni x e y . La situazione di partenza è $p_x=20$ e $p_y=25$. La funzione indice di utilità del consumatore è $U = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}}$. Il consumatore massimizza il proprio

benessere consumando $\frac{2400 \frac{1}{3}}{20} = 40$ unità di x e 64 ($\frac{2400 \frac{2}{3}}{25} = 64$) unità di y .

Si supponga ora che il prezzo del bene x cresca: $p'_x=32$. Quale sarà la variazione del consumo del bene x ? Quanto di questa variazione è dovuta all'effetto sostituzione e quanto all'effetto reddito?

La quantità consumata del bene diminuisce. Avremo infatti $x^2 = \frac{2400 \frac{1}{3}}{32} = 25$.

La variazione finale è quindi di $40-25=15$. Scomponiamo ora la variazione. Il reddito che permetterebbe al consumatore di consumare il paniere iniziale è $40 \cdot 32 + 64 \cdot 25 = € 2880$. Tuttavia, con questo nuovo reddito e dato il nuovo rapporto dei prezzi il consumatore massimizzerebbe la sua soddisfazione consumando una quantità minore del bene (l'effetto sostituzione è sempre negativo al crescere del prezzo). La quantità di x domandata sarebbe quindi $\frac{2880 \frac{1}{3}}{32} = 30$ unità. L'effetto sostituzione è quindi $40-30=10$, mentre l'effetto reddito è $30-25=5$.

7. La scelta tra lavoro e tempo libero

Il modello di scelta del consumatore può essere applicato a varie situazioni. Una possibile applicazione riguarda l'offerta di lavoro da parte di un singolo agente economico. Per adattare questo problema allo strumento analitico delle curve di indifferenza e delle rette di bilancio, è necessario riformularlo in un modo che a prima vista potrebbe sembrare inconsueto. Se il consumatore deve scegliere tra due beni che hanno per lui utilità positiva, la scelta si attua tra il bene cui rinunciando lavorando, cioè il tempo libero in cui ci riposiamo, ci divertiamo, ci nutriamo e ci dedichiamo a qualsiasi altra attività gradevole e il reddito, che otteniamo, sacrificando il tempo libero, cioè lavorando. L' lavorare stanca, diceva Cesare Pavese e il lavoro, in questa analisi, è considerato un non bene. Le preferenze possono quindi essere espresse da una mappa di curve di indifferenza che rappresentano le diverse combinazioni di reddito e tempo libero ugualmente preferite dal lavoratore.

Supponiamo esista unico tipo di lavoro, che la retribuzione oraria sia data e che il lavoratore sia libero di scegliere quante ore lavorare in un giorno. Il vincolo di bilancio può essere costruito in questo modo: se il lavoratore decidesse di consumare solo tempo libero, il suo reddito sarebbe uguale a zero e le ore di tempo libero in un giorno sarebbero per definizione uguali a 24. Se decidiamo di misurare il tempo libero sull'asse delle ascisse, l'intercetta sarà pari a 24. Viceversa, l'intercetta con l'asse delle ordinate sarà data dal reddito guadagnato nel caso impossibile in cui il lavoratore decida di lavorare 24 ore in una giornata, cioè, chiamando w_o la retribuzione oraria, da $24w_o$. La scelta effettiva da parte del lavoratore avverrà, almeno nella maggior parte dei casi in cui il soggetto non sia né un automa né un perfetto ozioso, in un punto intermedio. Il reddito effettivo Y del lavoratore sarà pari alle ore lavorate, cioè 24 ore meno le ore di tempo libero TI , moltiplicate il salario orario: $Y=24w_o-w_oTI$.

Un esempio renderà più comprensibile la nostra analisi: supponiamo che la retribuzione oraria sia pari a € 10. Il reddito massimo ottenibile in astratto è dunque € 240. Se il nostro soggetto decide di consumare 16 ore di tempo libero il suo reddito giornaliero è $240-160=€ 80$. 160 è infatti il reddito cui il consumatore rinuncia per avere a sua disposizione 16 ore di tempo libero. Se la scelta fosse stata di 20 ore di tempo libero, il nostro lavoratore avrebbe avuto un reddito giornaliero pari a € 40. Sembra un modo indiretto di calcolare il reddito giornaliero, ma ci mostra che anche il tempo libero ha un suo prezzo: un'ora di tempo libero ci costa infatti il salario orario cui rinunciando.

L'equazione della retta di bilancio è quindi $240=w_oTI+Y$, dove 240 è il "valore" dei due beni di cui veniamo in possesso, cioè il reddito effettivo Y (il cui prezzo, essendo espresso in unità di moneta è per definizione 1) e le unità di tempo libero, il cui prezzo è il salario orario cui rinunciando per godere di un'ora di questo bene. In questo modo, qualcuno potrebbe obiettare, sembriamo tutti più ricchi di quanto effettivamente siamo, dato che per definizione il valore del consumo giornaliero è uguale alla retribuzione oraria moltiplicata per 24 ore. Questa rappresentazione della "ricchezza" di ciascuno è il risultato di un modo tipico di ragionare degli economisti ed è accettabile solo in relazione al problema

specifico che ci stiamo ponendo, cioè la scelta tra reddito “effettivo” e tempo libero, mentre evidentemente non può essere estesa al di là di questo problema. Dall’altra parte il ragionamento dipende dalla semplificazione, evidentemente non realistica, che ciascuno sia completamente libero di scegliere quanto lavorare in una giornata, da zero a 24 ore.

Risolvendo per Y possiamo scrivere

$$Y = 240 - w_o Tl$$

La retribuzione oraria (con segno negativo) è quindi la pendenza della nostra retta di bilancio, ed è il rapporto tra il prezzo del tempo libero w_o e il prezzo unitario del reddito effettivo pari a 1. Per definizione il prezzo del reddito monetario è infatti pari al valore della moneta in cui espresso il reddito, e il prezzo di un’unità di moneta è evidentemente pari ad 1 (cioè, il valore di 1 € è uno)

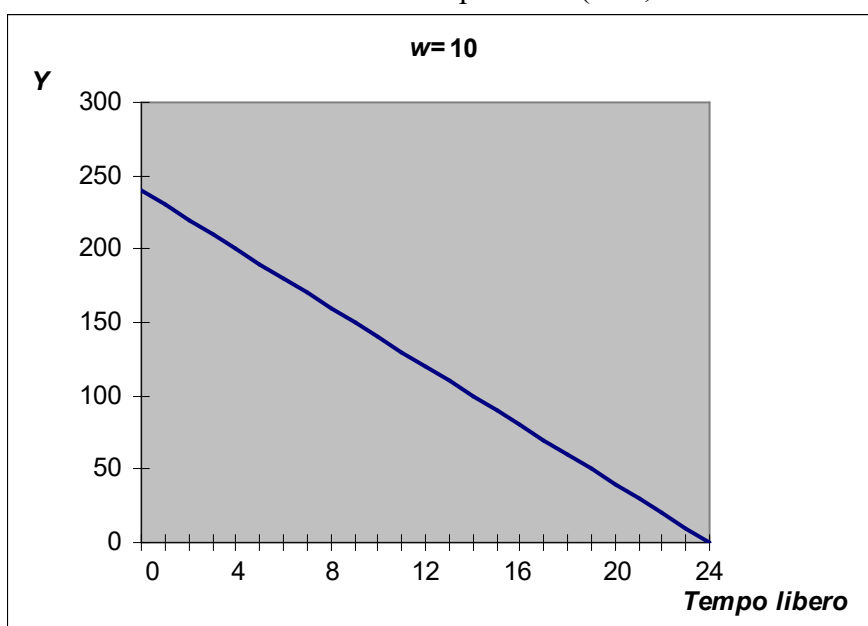


Figura 2.33

La figura illustra la retta di bilancio nell’ipotesi che il salario sia uguale a € 10.

La scelta ottima del lavoratore, in queste condizioni, è come ci si deve aspettare, quella corrispondente al punto in cui la retta di bilancio è tangente ad una curva di indifferenza, che risulta la più alta raggiungibile, in cui la pendenza della retta di bilancio, data dal saggio di retribuzione oraria w_o è uguale alla pendenza della curva di indifferenza, data dal saggio marginale di sostituzione, cioè il rapporto tra la variazione del reddito sulla variazione del tempo libero che lasciano il lavoratore indifferente.

Esercizio no. 1

Supponiamo che la funzione di utilità del lavoratore per reddito e tempo libero sia $U(Tl, Y) = Tl^2 Y$.

Il problema è

$$\text{Max } U(Tl, Y) = Tl^2 Y, \quad \text{sotto il vincolo } 10Tl + Y = 240$$

Ricavando Y dal vincolo di bilancio otteniamo, come sappiamo $Y=240-10Tl$. Sostituendo il valore di Y nella funzione di utilità si ottiene $Tl^2(240-10Tl) = 240Tl^2-10Tl^3$.

Derivando rispetto a Tl e ponendo uguale a zero troviamo il punto di massimo della funzione:

$$\frac{dU}{dTl} = 480Tl - 30Tl^2 = 0.$$

La funzione ammette due soluzioni: la prima, che possiamo trascurare perché non significativa, è $Tl=0$ (il lavoratore **non** può lavorare 24 ore al giorno), la seconda, che invece è la soluzione del nostro problema si ha risolvendo l'equazione $480-30Tl=0$, il cui risultato è 16.

Il lavoratore massimizza dunque la propria utilità "consumando" 16 ore di tempo libero e lavorando le restanti 8. E' dunque evidente che il suo reddito effettivo è di € 80.

La rappresentazione grafica del problema è riportata di seguito:

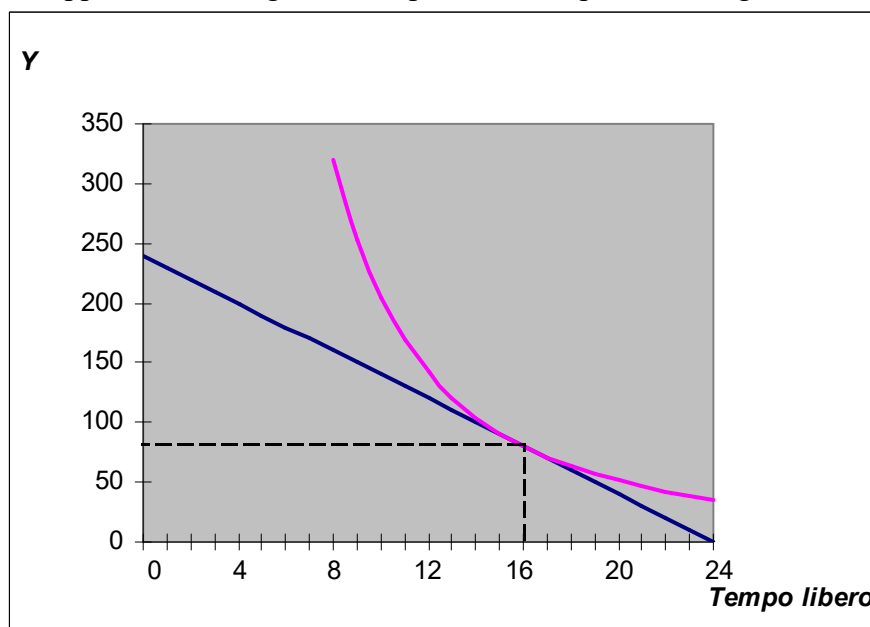


Figura 2.34

Esercizio no.2

Un secondo esempio utilizzando funzioni del tipo di quelle già studiate sopra, può essere il seguente:

La funzione indice di preferenza tra reddito da lavoro e tempo libero del consumatore è $U = Tl^{\frac{3}{4}}Y^{\frac{1}{4}}$. Il saggio di salario orario è $w_o=12$. Quale sarà la scelta del lavoratore?

Notiamo subito che la retta di bilancio è data da $Y=288-12Tl$.

La scelta ottimale di tempo libero del lavoratore può poi essere subito indicata ricorrendo ancora una volta ricorrendo ad equazioni del tipo 14). Nel nostro caso,

poiché la somma dei coefficiente delle potenze del tempo libero e del reddito è pari ad 1, possiamo ricorrere alla equazione semplificata 14.1):

$$Tl = \frac{24w_0 \frac{3}{4}}{w_0} = 24 \frac{3}{4} = 18$$

Il reddito scelto dal consumatore è quindi $(24-18)12=72$

Lo stesso valore per il reddito si sarebbe ottenuto dall'equazione 15.1, ricordando che per definizione il prezzo del reddito monetario è uguale ad 1.

$$Y = 24w_0 \frac{1}{4} = 288 \frac{1}{4} = 72$$

Si noti che nel caso particolare del tipo di funzioni indici di utilità qui utilizzate la scelta del tempo libero è indipendente dall'altezza del salario e dipende solo dai coefficienti α e β della funzione di utilità. Qualsiasi sia l'altezza del salario il lavoratore sceglierà di "consumare" 18 ore di tempo libero, come si può notare dall'equazione di determinazione del tempo libero ottimale, in cui il saggio di salario compare tanto al numeratore che al denominatore della frazione e può essere eliminato. Evidentemente, invece, il salario influenza l'altezza del reddito effettivamente ricevuto dal lavoratore.

Anche in questo caso si può mostrare che la scelta del lavoratore avviene in un punto della curva di indifferenza in cui il saggio marginale di sostituzione è uguale alla pendenza della retta di bilancio, cioè al saggio di salario.

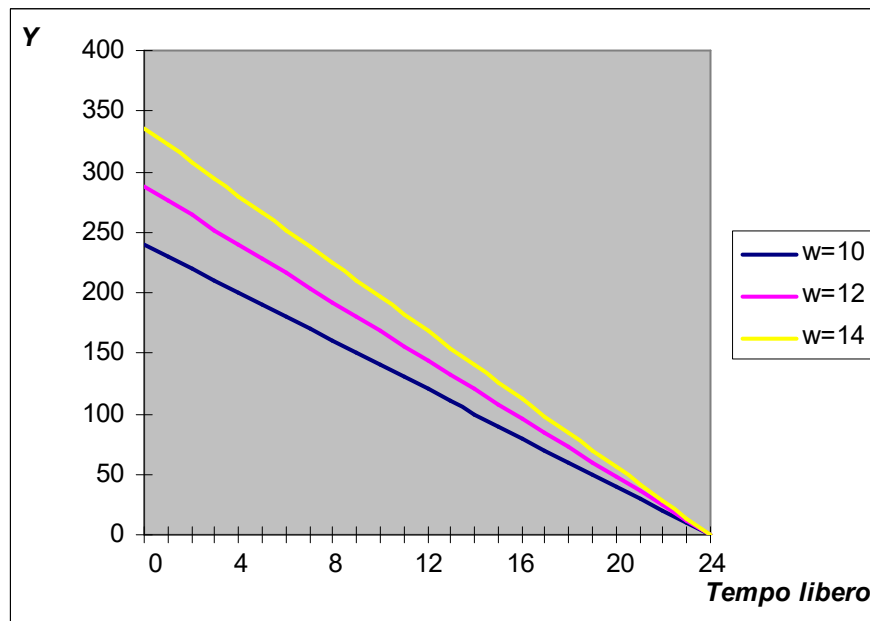
$$SMS = \frac{3}{4} / \frac{1}{4} \frac{Y}{Tl} = 3 \frac{72}{18} = 12$$

In generale, al di là di quello studiato nell'ultimo esercizio, che può essere considerato un caso particolare, le scelte del lavoratore variano al variare del salario. Vediamo quindi cosa succede alla domanda di reddito e tempo libero quando si modifica la retribuzione oraria. Supponiamo che la retribuzione oraria passi gradualmente da € 10 a € 12 e successivamente a € 14.

La prima domanda che dobbiamo porci è come variano le rette di bilancio in queste circostanze.

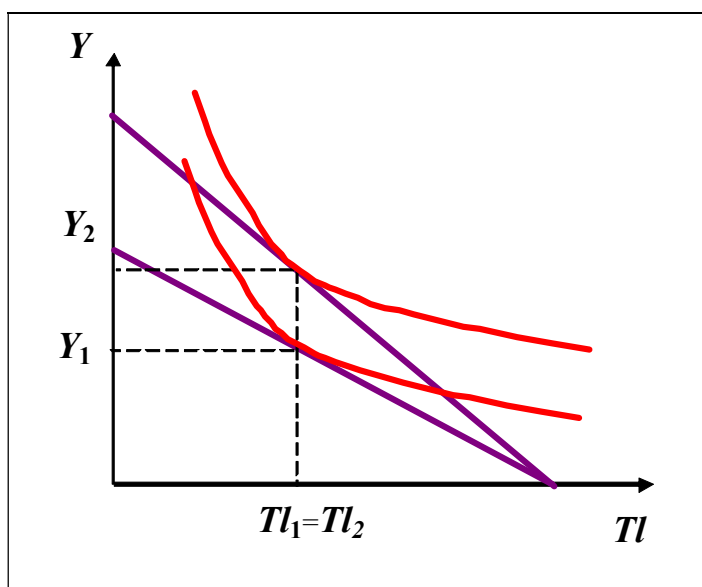
Evidentemente l'intercetta con l'asse delle ascisse non varia: la durata di un giorno non è influenzata dalla retribuzione oraria! L'intercetta con l'asse delle ordinate invece sale, prima a € 288 (24×12), poi a € 336 (24×14). Dato che la pendenza delle rette è data da w_0 anche la pendenza in termini assoluti cresce.

La rappresentazione grafica è illustrata nella seguente figura

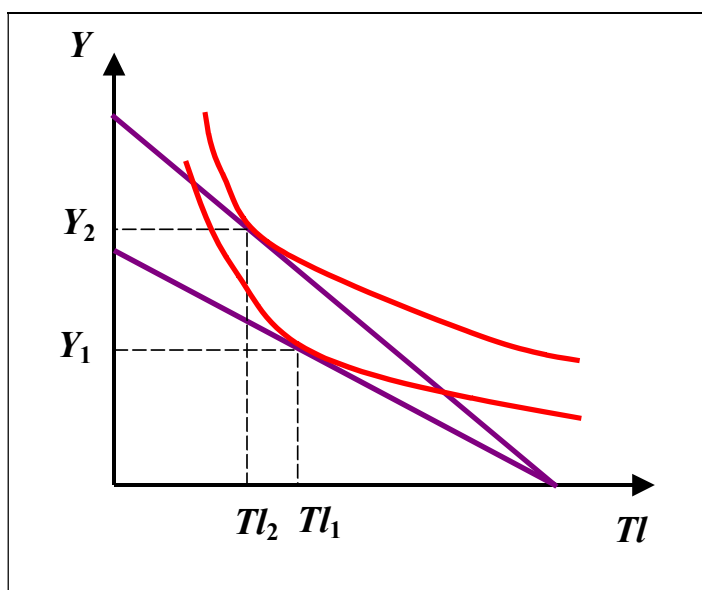
**Figura 2.35**

Quale sarà la scelta ottima del lavoratore in conseguenza di una crescita della retribuzione oraria. Il bene “tempo libero”, quando cresce la retribuzione oraria, diviene più caro, cioè il suo prezzo, in termini di rinuncia alla retribuzione oraria, cresce. Di conseguenza l'effetto sostituzione in questo caso deve essere negativo. Per converso il tempo libero è un bene normale e quindi, al crescere del reddito dei soggetti, tende ad essere consumato di più. L'effetto reddito è quindi in questo caso positivo e i due effetti vanno in direzione opposta rispetto alla domanda di tempo libero. Si faccia attenzione alla particolarità di questa situazione, molto differente da quella dei beni inferiori. In questo caso, diversamente dal solito, la crescita della retribuzione oraria ha un doppio effetto, per la natura particolare del problema: da una parte rende più costoso il tempo libero, ma dall'altra aumenta il reddito del lavoratore. Normalmente, invece, l'aumento di un prezzo ha l'effetto di ridurre il reddito reale del consumatore, oltre che di rendere più caro il bene in questione.

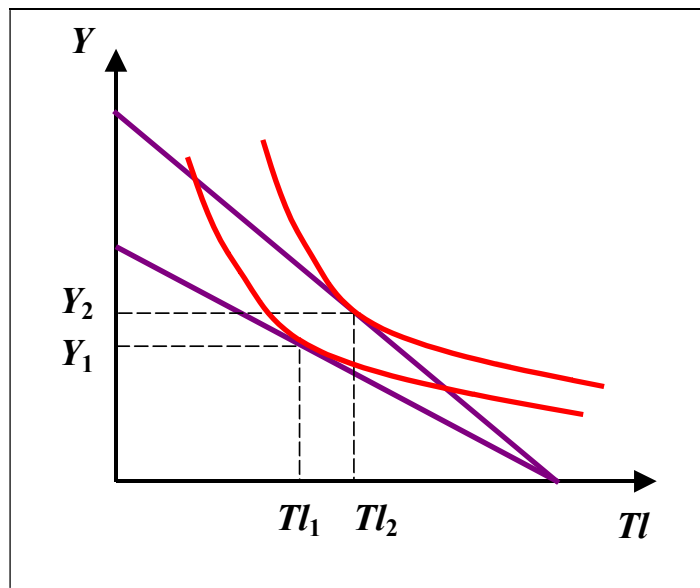
Nel caso che stiamo esaminando, dunque, l'effetto finale dipende da quale dei due effetti alla fine prevale: negli esempi numerici presentati sopra effetto reddito ed effetto sostituzione si compensano perfettamente, perché la domanda di tempo libero (e quindi l'offerta di lavoro) restano costanti al variare della retribuzione oraria. Tuttavia nella realtà può prevalere l'effetto sostituzione e la domanda di tempo libero diminuisce, e quindi la curva di offerta di lavoro (di ore lavoro) del lavoratore è inclinata positivamente al variare della retribuzione oraria. Tuttavia si può verificare anche il caso in cui prevale l'effetto reddito, per cui al crescere della retribuzione oraria il lavoratore chiede più tempo libero, cioè, offre meno lavoro. In questo caso la curva di offerta di lavoro individuale ha un andamento paradossale, cioè diviene decrescente.

**Figura 2.36**

La figura 2.36 illustra il caso in cui effetto sostituzione ed effetto reddito si neutralizzano. La domanda di tempo libero e quindi l'offerta di lavoro, restano costanti in seguito all'aumento del saggio di salario orario, mentre il reddito effettivamente percepito per le ore lavorate aumenta.

**Figura 2.37**

La figura 2.37 raffigura il caso in cui l'effetto sostituzione supera l'effetto reddito. Al crescere della retribuzione oraria il tempo libero consumato diminuisce da Tl_1 a Tl_2 , mentre il reddito effettivo cresce da Y_1 a Y_2 . Conseguentemente l'offerta di lavoro cresce da $24 - Tl_1$ a $24 - Tl_2$.

**Figura 2.38**

Viceversa nella figura 2.38 l'effetto reddito prevale sull'effetto sostituzione e la domanda di tempo libero cresce da Tl_1 a Tl_2 . Di conseguenza l'offerta di lavoro decresce, nonostante l'aumento della retribuzione, da $24 - Tl_1$ a $24 - Tl_2$. Si noti che in questo caso, nonostante la diminuzione delle ore lavorate, il reddito effettivo cresce da Y_1 a Y_2 . Quindi la retribuzione oraria cresce più che proporzionalmente rispetto al consumo di tempo libero.

Da questa discussione possiamo concludere che lo stesso individuo può avere una curva dell'offerta di lavoro la cui pendenza può cambiare direzione, a seconda del livello iniziale della retribuzione oraria. Per livelli giudicati bassi di reddito, infatti, un incremento della retribuzione può avere un forte effetto sostituzione, causando un incremento dell'offerta di lavoro, mentre per livelli di reddito considerati soddisfacenti un ulteriore incremento della retribuzione può indurre a domandare più tempo libero, facendo prevalere l'effetto reddito e provocando una inversione della curva di offerta di lavoro come illustrato nella figura seguente.

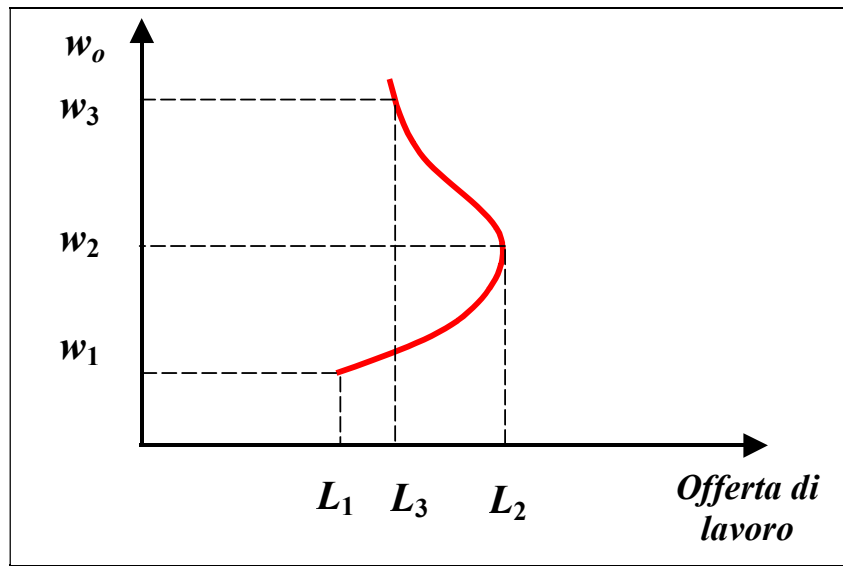


Figura 2.39

Nella figura 2.39, l'aumento del salario orario da w_1 a w_2 fa aumentare l'offerta di lavoro da L_1 a L_2 . Si tratta quindi nel caso illustrato dalla figura A2.6.5, in cui prevale l'effetto sostituzione. Con l'incremento del salario da w_2 a w_3 , viceversa, l'offerta di lavoro scende da L_2 a L_3 . Si tratta quindi del caso in cui prevale l'effetto reddito. Per variazioni molto piccole del salario w_2 , viceversa, effetto reddito ed effetto sostituzione tendono ad annullarsi.

8. Scelte intertemporali

Come sappiamo i consumatori non debbono necessariamente consumare tutto il reddito corrente nel periodo in cui lo ricevono, ma possono decidere di risparmiarne una parte, oppure possono consumare oggi più del loro reddito corrente, anticipando la spesa del reddito che riceveranno in futuro, cioè indebitandosi. Dobbiamo perciò estendere il nostro modello di analisi per tenere conto di queste possibilità.

Come sempre semplificheremo il problema per poterlo studiare meglio. Prendiamo quindi in considerazione due soli periodi di tempo, in cui il consumatore deve decidere come distribuire il consumo del reddito complessivo. Sia R_1 il reddito ricevuto nel primo periodo e R_2 il reddito ricevuto nel secondo periodo. Il consumatore può decidere di risparmiare una parte del reddito nel primo periodo, per poter consumare di più nel secondo periodo. In questo caso non si limita a tenere la somma risparmiata inoperosa, ma la presta a un altro soggetto, che vuole invece utilizzarla nel primo periodo, ed in cambio riceve, alla scadenza del prestito un interesse i . Possiamo quindi comprendere che il valore futuro del reddito corrente è pari al reddito stesso aumentato del tasso di interesse. L'espressione valore futuro del reddito corrente significa che se oggi il consumatore ha a disposizione un reddito pari a R_1 e intende risparmiarlo interamente, nel secondo periodo avrà a disposizione una somma pari a $R_1(1+i)$,

generata dal risparmio attuale. Il limite, cioè il consumo massimo che il consumatore può in teoria effettuare nel secondo periodo è quindi pari alla somma del reddito del secondo periodo più il reddito del primo periodo aumentato dell'interesse. Di conseguenza l'intercetta della retta di bilancio con l'asse delle ordinate, sul quale misuriamo C_2 (il consumo del secondo periodo), il consumo del secondo periodo è quindi $R_2 + R_1(1+i)$.

All'estremo opposto di tutte le possibili scelte intertemporali che il consumatore può effettuare c'è invece il caso in cui egli voglia effettuare tutto il consumo possibile nel primo periodo. In questo caso il consumatore deve prendere a prestito una somma che si impegna a restituire nel secondo periodo. Poiché al momento della restituzione deve pagare anche gli interessi sul prestito, il nostro soggetto non può anticipare per il consumo nel periodo corrente (C_2) un valore uguale al suo reddito futuro. Infatti, al massimo, può prendere a prestito nel primo periodo una somma VA che aumentata del tasso di interesse sia uguale al reddito del secondo periodo. Possiamo quindi scrivere $VA(1+i) = R_2$. Questo ci permette di comprendere il concetto di valore attuale di una ricchezza futura.

Infatti possiamo scrivere, dall'equazione precedente, $VA = \frac{R_2}{1+i}$. Il valore attuale

del reddito futuro è quindi minore del reddito stesso, poiché il tasso di interesse è positivo. Se voglio utilizzare oggi un valore che sono certo entrerà in mio possesso solo nel futuro, debbo scontarlo al tasso di interesse corrente. Il secondo limite alle possibilità di scelta del consumatore, il consumo massimo effettuabile nel primo periodo è quindi dato dalla somma del reddito corrente e del valore

attuale del reddito del secondo periodo: $R_1 + \frac{R_2}{1+i}$, che rappresenta l'intercetta

della retta di bilancio con l'asse delle ascisse.

Per quanto riguarda le possibili scelte intermedie, in cui il consumo viene diviso tra il primo e il secondo periodo, se il consumatore decide comunque di consumare nel primo periodo più del reddito corrente, dovrà prendere a prestito una somma qualsiasi $P < R_2$. Il suo consumo C_1 nel primo anno è quindi:

$$2.8.1) C_1 = R_1 + P$$

Il consumo del secondo periodo, però, sarà minore del reddito corrispondente, perché egli dovrà restituire il prestito più gli interessi, cioè la somma $P(1+i)$. Possiamo quindi scrivere:

$$2.8.2) C_2 = R_2 - P(1+i).$$

Se ricaviamo il valore di P nell'equazione A.2.7.1 ($P = C_1 - R_1$) e lo sostituiamo nell'equazione A.2.7.2 otteniamo questa equazione:

$$2.8.3) C_2 = R_1(1+i) + R_2 - C_1(1+i).$$

Questa è l'equazione della nostra retta di bilancio, in cui $R_1(1+i) + R_2$ è, come sappiamo, l'intercetta con l'asse delle ordinate e $(1+i)$ la pendenza (presa in termini assoluti) della retta. $1+i$ è interpretabile come rapporto tra i prezzi, in questo caso di una somma disponibile oggi, che vale $1+i$ volte la stessa somma disponibile nel futuro.

In secondo luogo l'equazione A.2.7.3) può essere scritta nel seguente modo

$$2.8.4) C_1(1+i) + C_2 = R_1(1+i) + R_2$$

Comunque il consumatore decida di distribuire il suo consumo tra i due periodi, dovrà rispettare il vincolo che il valore dell'intero reddito del primo e del secondo periodo sia uguale al valore dell'intero consumo. Poiché per rendere sommabili consumo e reddito del primo e del secondo periodo dobbiamo renderli omogenei, dobbiamo cioè calcolarne il valore rapportandoli ad un unico periodo, nella equazione A.2.7.4) tutti i valori sono rapportati al secondo periodo, cioè il reddito e il consumo del primo periodo sono calcolati al loro valore futuro. Evidentemente avremmo potuto calcolarli anche rapportandoli al primo periodo, considerando il valore attuale del consumo e del reddito del secondo periodo:

$$2.8.4.1) C_1 + \frac{C_2}{1+i} = R_1 + \frac{R_2}{1+i}$$

Lo stesso risultato si ottiene nell'ipotesi che il consumatore risparmi nel primo periodo per consumare di più nel secondo.

In questo caso il consumo del primo periodo sarà uguale al reddito meno la somma S risparmiata

$$2.8.5) C_1 = R_1 - S.$$

Mentre il consumo del secondo periodo sarà uguale al reddito corrispondente sommato al risparmio e ai relativi interessi:

$$A.2.7.6) C_2 = R_2 + S(1+i).$$

Anche in questo caso possiamo ricavare il valore di S nella equazione A.2.7.5) ($S = R_1 - C_1$) e sostituire il risultato raggiunto nell'equazione A.2.7.6), per ottenere nuovamente l'equazione A.2.7.3).

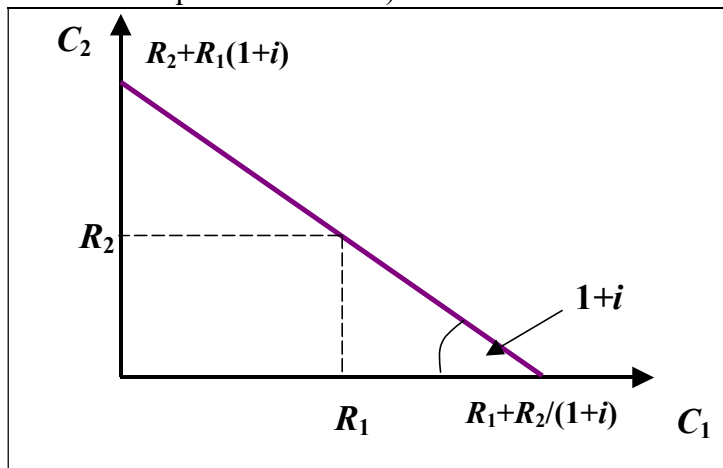


Figura 2.40

La figura 2.40 mostra la retta di bilancio intertemporale: come si nota l'intercetta sull'asse delle ordinate e quella sull'asse delle ascisse, così come la pendenza, sono quelle illustrate nella nostra discussione. Sulla retta abbiamo riportato la combinazione tra reddito del primo e reddito del secondo periodo. Questo punto è importante, perché rappresenta la "dotazione" iniziale che il consumatore ha per effettuare le sue scelte.

Che succede se dovesse mutare il tasso di interesse, cioè il rapporto tra prezzo del consumo futuro e prezzo del consumo presente?

Nel caso in cui il tasso di interesse aumenta, il consumatore che risparmia l'intero reddito del primo periodo si troverà in grado di consumare nel secondo periodo di più, perché otterrà un compenso maggiore per il suo risparmio. Di conseguenza l'intercetta sull'asse delle ordinate si sposterà verso l'alto. Viceversa il consumatore che prende a prestito e anticipa tutto il reddito del secondo periodo per il consumo nel primo periodo, si troverà a consumare di meno, perché diminuisce il valore attuale del reddito futuro. Di conseguenza l'intercetta sull'asse delle ascisse si sposta verso sinistra. Nel caso in cui il consumatore consumi sia nel primo che nel secondo periodo un valore equivalente ai rispettivi redditi, la sua posizione resterà immutata, dato che non domanda né offre prestiti e quindi non ottiene né paga interessi. Ne consegue che, in seguito ad un aumento del tasso di interesse la retta di bilancio ruota, assumendo una pendenza più alta, facendo perno sul punto corrispondente alla combinazione R_1 - R_2 , come è mostrato nella figura 2.41)

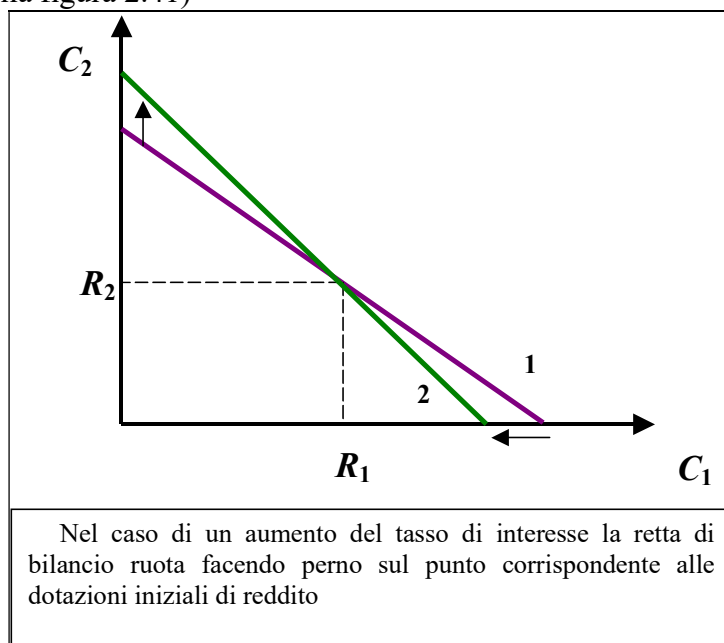
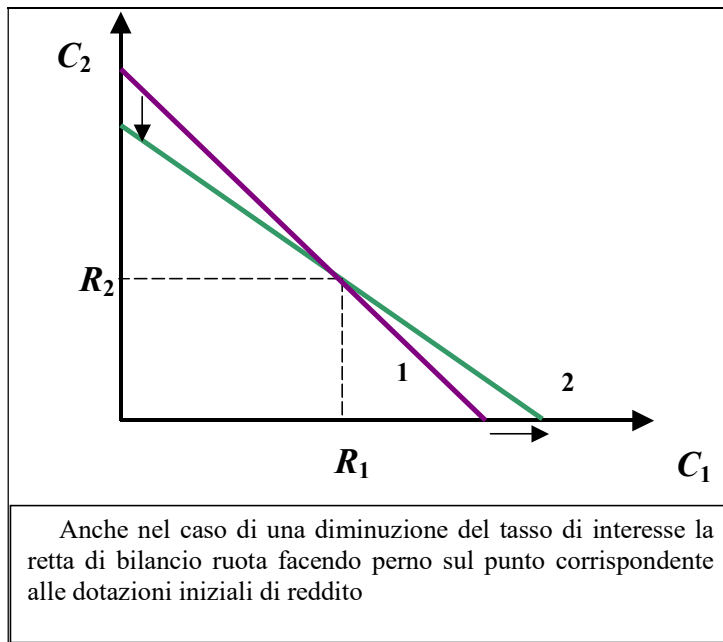


Figura 2.41

Ovviamente il caso opposto avviene quando il tasso di interesse diminuisce.

**Figura 2.42**

Per quanto riguarda la scelta del consumatore, basta a questo punto rappresentare le sue preferenze intertemporali con le consuete curve di indifferenza, che rappresentano tutte le combinazioni tra consumo del primo e consumo del secondo che danno lo stesso livello di utilità. La forma delle curve è quella consueta. In particolare possiamo soffermarci un momento sul saggio marginale di sostituzione. Questo saggio rappresenta ora quanto il consumatore è disposto a cedere di consumo futuro in cambio di un'unità in più di consumo presente. Se ad esempio in un punto della curva il saggio marginale di sostituzione è pari a 1,2, il consumatore è disposto a rinunciare a 1,2 unità di consumo futuro in cambio di un'unità aggiuntiva di consumo corrente. Il consumo corrente vale 1,2 volte il consumo futuro. Il saggio marginale di sostituzione ci permette di misurare la preferenza del consumo corrente rispetto al consumo futuro, cioè il *saggio di preferenza intertemporale* del soggetto, che nel nostro esempio è del 20%. In generale il saggio di preferenza intertemporale è positivo, cioè valutiamo di più il consumo presente rispetto al consumo futuro, perché sentiamo con maggiore urgenza i bisogni attuali. Come dice anche il proverbio, “meglio un uovo oggi che una gallina domani”. Inoltre il saggio marginale di sostituzione tende a diminuire mano a mano che ci spostiamo verso destra perché, aumentando il consumo presente, si attribuisce minor peso ad una sua diminuzione di un'unità. Di conseguenza siamo disposti a rinunciare in cambio di un'unità aggiuntiva di consumo corrente, ad una quantità di consumo futuro minore rispetto al caso in cui il consumo corrente sia più basso.

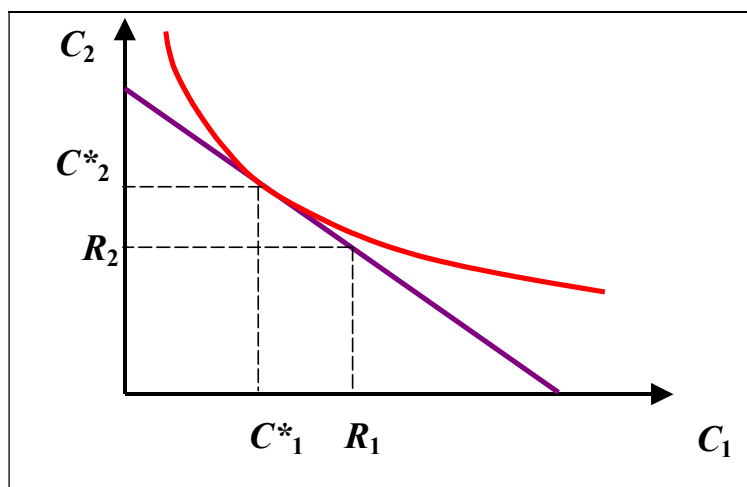


Figura 2.42

La figura 2.42 rappresenta un possibile equilibrio del consumatore, ottenuto come di consueto eguagliando il Saggio Marginale di Sostituzione al rapporto tra i prezzi (in questo caso $1+i$), cioè trovando il punto di tangenza tra la retta di bilancio e la curva di indifferenza. Si noti che in questo caso il consumatore risparmia nel primo periodo per consumare di più nel secondo ($C_1 < R_1$ e $C_2 > R_2$). Il risparmio è esattamente uguale a $R_1 - C_1$. Se, come nella figura A.2.7.5, il punto di tangenza si fosse realizzato verso il basso, il consumatore avrebbe scelto di consumare di più nel periodo corrente e meno in quello futuro, indebitandosi ($C_1 > R_1$ e $C_2 < R_2$). Il prestito è uguale a $\frac{R_2 - C_2}{1+i}$.

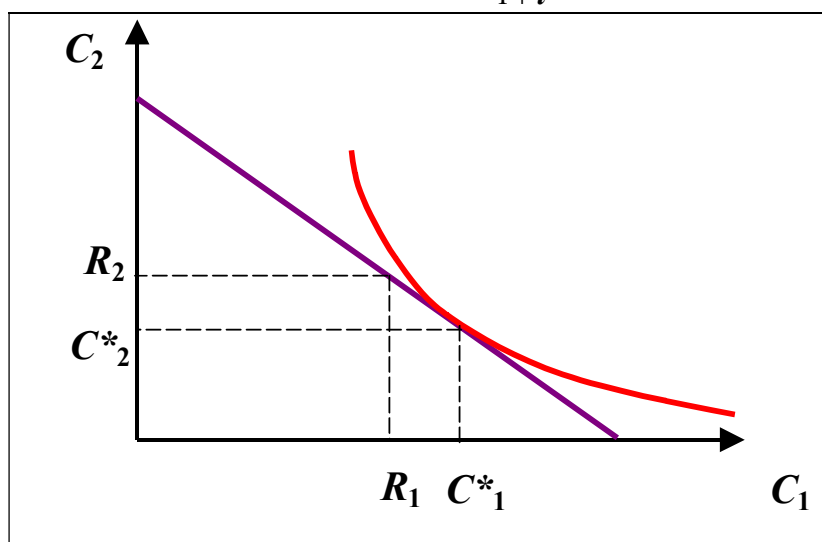


Figura 2.43

Un punto notevole, in questa analisi, sono le conseguenze di un mutamento del tasso di interesse. Supponiamo che il tasso di interesse cresca. Come abbiamo visto la retta di bilancio ruota verso l'alto, assumendo una pendenza più alta,

facendo perno sul punto le cui coordinate sono date rispettivamente dal reddito corrente e dal reddito futuro (R_1, R_2).

Nel caso in cui il consumatore prende a prestito, cioè consuma di più, rispetto al reddito, nel periodo corrente, non si pongono particolari problemi. Il consumo corrente diviene più caro in rapporto al consumo futuro, perché prendere a prestito ha un costo maggiore in termini di interessi da pagare. Quindi dobbiamo aspettarci un effetto sostituzione negativo. Ma anche l'effetto reddito è negativo in questo caso perché il valore attuale del reddito futuro diminuisce in seguito all'aumento del tasso di interesse. Il consumatore prende a prestito e quindi è diventato un po' più povero, dovendo pagare più interessi. Di conseguenza il consumatore è indotto a diminuire il suo debito e quindi ad aumentare il consumo futuro, diminuendo il consumo corrente.

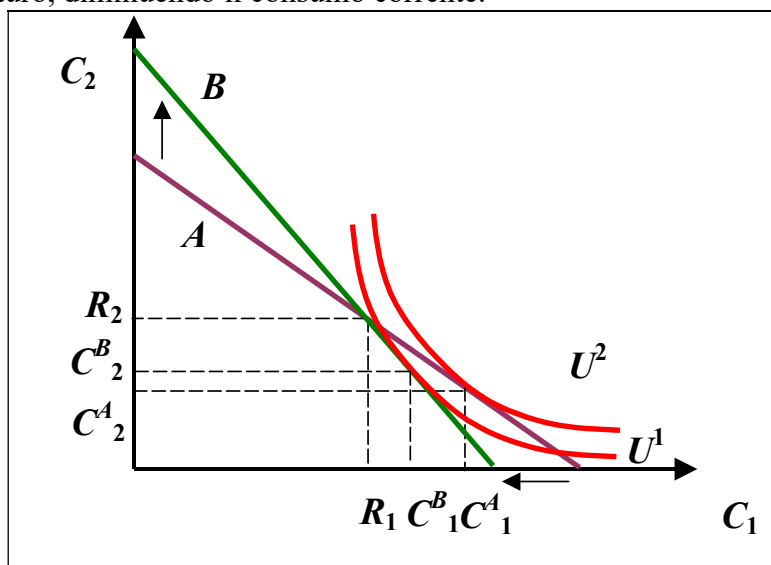


Figura 2.44

Nella figura 2.44 è mostrato quanto abbiamo detto finora: la retta di bilancio, in seguito ad un aumento del tasso di interesse, ruota da A a B . Il consumatore passa dalla curva di indifferenza U^2 ad una curva più bassa U^1 , e diminuisce il consumo presente da C_1^A a C_1^B . Il consumo futuro aumenta da C_2^A a C_2^B .

Più complessa è la situazione quando il consumatore risparmia. Per quanto riguarda il consumo futuro non si pongono problemi: ricevendo un interesse più alto tanto l'effetto sostituzione che l'effetto reddito sono positivi e il consumo futuro cresce. Ma che succede al consumo presente? L'effetto sostituzione è negativo, perché, come abbiamo visto, il prezzo del consumo presente è cresciuto rispetto al consumo futuro, mentre l'effetto reddito è positivo, perché il consumatore, ricevendo interessi dal suo risparmio, è diventato più ricco. Quindi la variazione del consumo presente è indeterminata, perché quando prevale l'effetto sostituzione il consumo presente diminuisce, mentre quando prevale l'effetto reddito il consumo presente aumenta.

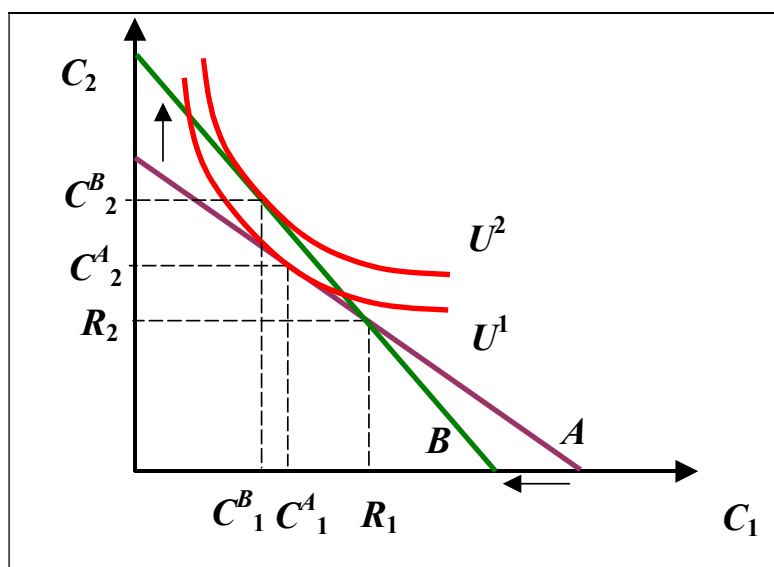


Figura 2.45

Nella figura 2.45 è mostrato il caso in cui prevale l'effetto sostituzione sull'effetto reddito per quanto riguarda il consumo presente. Infatti si verifica una diminuzione da C_1^A a C_1^B . Come dovevamo aspettarci, invece, il consumo futuro aumenta da C_2^A a C_2^B . Ovviamente in questo caso il consumatore è in grado di raggiungere una curva di indifferenza più alta, cioè il suo benessere aumenta.

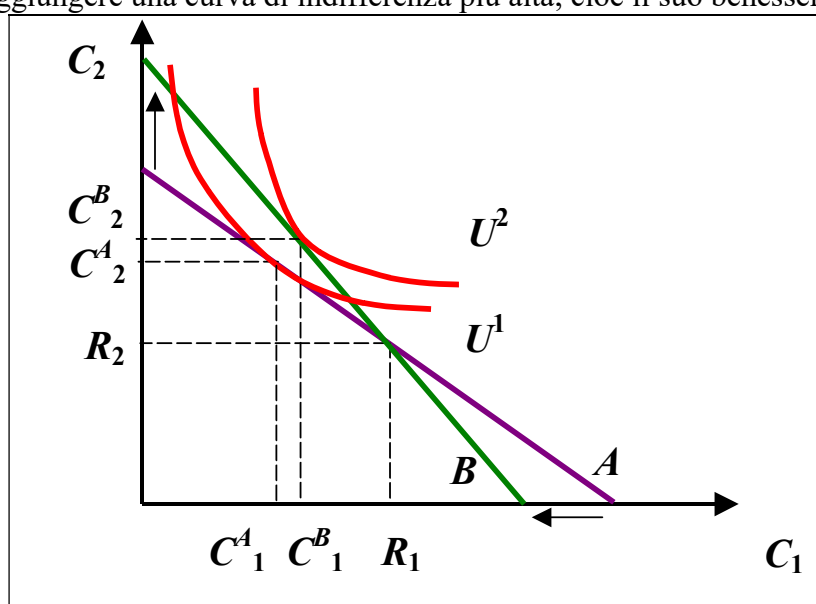


Figura 2.46

Nel caso della figura 2.49, invece, l'effetto reddito a prevalso sull'effetto sostituzione e il consumo presente è cresciuto da C_1^A a C_1^B . Il consumo futuro aumenta anche in questo caso, sia pure meno che in quello precedente. Il suo incremento in questo caso è finanziato unicamente dall'incremento del tasso di interesse e non dall'incremento del risparmio, che anzi è diminuito.

Si può dire che, così come l'offerta di lavoro, anche la curva individuale di offerta di risparmio può avere una inversione di pendenza. Nei casi in cui l'effetto reddito prevale sull'effetto sostituzione per quanto riguarda il consumo presente, questo ultimo aumenta, cioè diminuisce il risparmio, che non è altro che la differenza tra reddito e consumo correnti. La pendenza diviene negativa, mentre resta normale, cioè positiva, quando l'effetto sostituzione prevale sull'effetto reddito.

Esercizio

Un consumatore ha la seguente funzione di utilità riferita a due periodi:
 $U = C_1^{\frac{3}{5}} C_2^{\frac{2}{5}}$. Il suo reddito del periodo corrente è $R_1 = € 1050$ e il reddito previsto per il prossimo periodo è $R_2 = € 675$. Sapendo che il tasso di interesse che il consumatore può ottenere da un credito o pagare per un debito è $i=0,5$, quali saranno le sue scelte di consumo presente e consumo futuro per i due periodi?

Il valore futuro del suo reddito totale (cioè l'intercetta con l'asse delle ordinate della retta di bilancio) è $RT = 1050(1+i) + 675 = 2250$.

Questo valore deve essere diviso tra il presente e il futuro in modo ottimale.

Ancora una volta è possibile ricorrere, per risolvere il problema, alle equazioni 14.1) e 14.2), ricordando che il prezzo che esprime il valore futuro del consumo presente è $1+i$, mentre il prezzo del valore futuro del consumo futuro è evidentemente 1:

$$C_1 = \frac{RT\alpha}{1+i} = \frac{2250 * \frac{3}{5}}{1,5} = \frac{1350}{1,5} = 900$$

D'altra parte il consumo futuro ottimo è

$$C_2 = \frac{RT\beta}{1} = 2250 * \frac{2}{5} = 900$$

Il consumatore risparmia nel periodo presente $1050 - 900 = € 150$. Nel periodo futuro ha a disposizione $150 * 1,5 = € 225$, che sommate al reddito di 675 gli permettono di effettuare consumi per € 900.

Infatti il *SMS*, nel punto indicato è dato da
 $(\frac{3}{5} / \frac{2}{5}) * \frac{C_2}{C_1} = (\frac{3}{5} / \frac{2}{5}) * \frac{900}{900} = 1,5$ che equivale a $1+i$.

9. Un caso particolare di curve di indifferenza: i beni complementari perfetti

Un caso particolare nella costruzione delle curve di indifferenza è quello dei beni complementari perfetti. Questi beni sono sempre consumati congiuntamente in una certa proporzione. Facciamo un esempio: gli sci e gli attacchi. E' ragionevole presumere che un paio di sci senza attacchi o un paio di attacchi senza sci siano inservibili, non abbiano quindi alcuna utilità. Ciò ha come conseguenza una forma particolare delle curve di indifferenza: se infatti uno sciatore ha a sua

disposizione, in un particolare periodo di tempo, 2 paia di sci e due paia attacchi, il suo livello di soddisfazione rimane lo stesso anche quando aumenta la quantità di attacchi, ferma restando quella degli sci: se ad esempio possiede 2 paia di sci e tre, quattro, cinque ecc. paia di attacchi resta sulla stessa curva di indifferenza, perché il maggior numero di attacchi non aumenta le sue possibilità di consumo. La stessa cosa vale se aumenta il numero di sci, fermi restando gli attacchi.

Da queste considerazioni deriva la particolare forma delle curve di indifferenza, che avranno un angolo nel punto corrispondente alla proporzione con cui sono consumati congiuntamente i due beni (nel nostro caso la proporzione è 1 a 1 e nell'esempio le coordinate sono contrassegnate da 2 paia di attacchi e due paia di sci) due braccia parallele agli assi quando aumenta un bene oltre la proporzione consumabile.

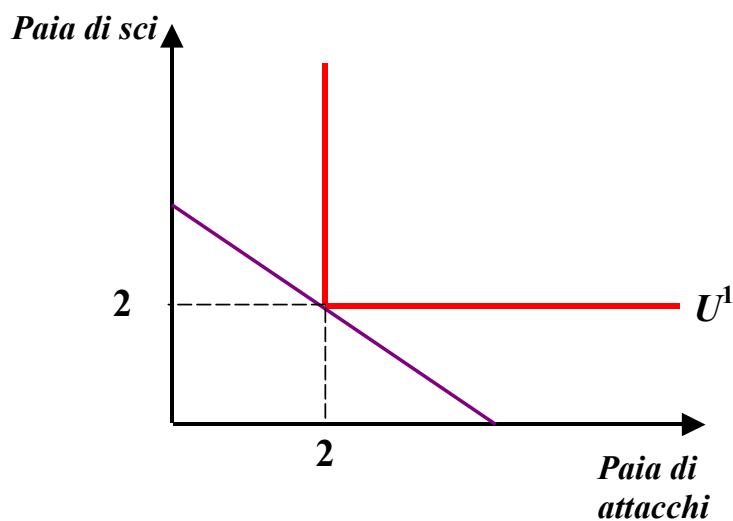
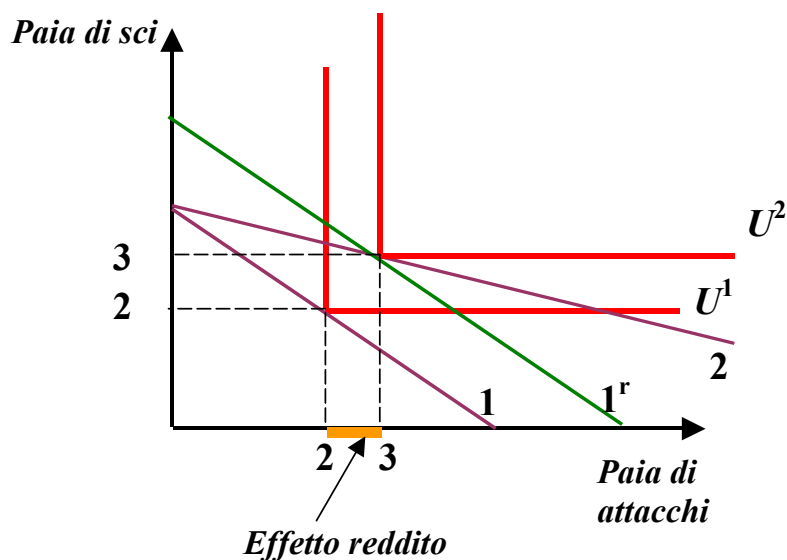


Figura 2.47

Nella figura 2.47 è mostrata la forma della curva di indifferenza, tipicamente ad angolo retto. Si noti che il punto di massimo, dato dalla tangenza della curva di indifferenza con la retta di bilancio, avviene nel punto di angolo. E' evidente infatti che il consumatore ha sempre convenienza ad acquistare i beni nella giusta proporzione in cui debbono essere consumati. Ciò ha come conseguenza che un eventuale mutamento di prezzo di uno dei due beni muterà il consumo solo per l'effetto reddito e non per l'effetto sostituzione. Se ad esempio dovesse diminuire il prezzo degli attacchi, il consumatore sarà spinto a consumare una quantità maggiore di entrambi i beni nella stessa proporzione, per effetto del suo maggiore potere d'acquisto, mentre non avrebbe senso consumare più attacchi e meno sci, cioè sostituire il consumo di un bene a quello di un altro.

**Figura 2.48**

Nella figura 2.48 sono mostrate le conseguenze di una diminuzione del prezzo degli attacchi. Il consumatore è spinto ad aumentare nella stessa proporzione il consumo di sci e di attacchi, passando dal consumo di due al consumo di tre paia per entrambi e situandosi nella curva di indifferenza più alta U^2 . Se invece di diminuire il prezzo degli attacchi fosse aumentato il reddito del consumatore fino a permettergli di raggiungere ugualmente la curva di indifferenza U^2 , la retta di bilancio sarebbe divenuta la 1^r , ma come si vede, il paniere scelto sarebbe stato comunque lo stesso, il che mostra che l'effetto sostituzione è nullo.